

Internetowy Quiz Matematyczny 2017 (część 1)

Katolicki Uniwersytet Lubelski Jana Pawła II

W pustych kratkach obok liter A) B) C) D) należy wpisać słowo TAK lub NIE. Zadanie zostanie rozwiązane, jeśli wszystkie cztery odpowiedzi są poprawne. UWAGA: Quiz jest testem wielokrotnego wyboru, tzn. wśród proponowanych odpowiedzi A) B) C) D) na każde zadanie kilka różnych odpowiedzi może być prawidłowych.

1. Wartość wyrażenia

$$\left(\frac{\cos 2x}{\cos^2 x} + 2 \cos^{-2} \left(\frac{2x}{3} \right) \right) \left(\sin \frac{14x}{3} \right)^{-1}$$

dla $x = \frac{\pi}{4}$ wynosi

A) $\frac{3}{8}$

C) $3^2/4^3$

B) $\frac{8}{3}$

D) $\frac{9}{64}$

2. Równanie $(x - 2)^2 - (y + 2)^2 = 0$ przedstawia

A) okrąg

C) jedną prostą

B) parabolę

D) dwie proste

3. Liczba

$$\sqrt{9 - 6\sqrt{2}} + \sqrt{8 - 4\sqrt{3}} + \sqrt{5 + 2\sqrt{6}}$$

jest równa

A) 1

C) $2\sqrt{6}$

B) $2\sqrt{3}$

D) $3\sqrt{2}$

4. Czy dla każdej ustalonej liczby $n \in \{1, 2, \dots\}$, liczba $n(n + 1)(2n + 1)$

A) jest podzielna przez 2

C) $= 6(1^2 + 2^2 + \dots + n^2) \cos n\pi$

B) jest podzielna przez 3

D) $= 6(1^2 + 2^2 + \dots + n^2) \cos 2n\pi$

5. Zbiór punktów odległych od punktu $(2, 3)$ o 4 opisuje równanie

A) $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 4$ C) $(x - 3)^2 + (y - 2)^2 = 2(8 - x + y)$

B) $x^2 + y^2 = 4x + 6y + 3$ D) $(x^2 - 2) + (y^2 - 3) = 16$

6. Liczby $4 = a_1 + b_1$, $18 = a_2 + b_2$, $21 = a_3 + b_3$ są sumami kolejnych wyrazów dwóch ciągów geometrycznych $\{a_n, n \geq 1\}$, $\{b_n, n \geq 1\}$ o ilorazach q_1, q_2 i wyrazach początkowych $a_1 = \alpha$, $b_1 = \beta = 8 - \alpha/3$. Czy wynika stąd, że

A) $q_1 = -1/2, q_2 = 3/2$ C) tylko jeden z ciągów $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ jest monotoniczny

B) ciąg $\{a_n\}$ jest zbieżny D) oba ciągi są monotoniczne

7. Funkcja f jest określona wzorem

$$f(x) = (x - 3)^{-3} \cdot 3^{6 \log_9 |x - 3|}$$

A) dziedziną funkcji f jest $R \setminus \{3\}$ C) funkcja f jest rosnąca

B) zbiorem wartości f jest $\{-1, 1\}$ D) $|f|$ jest funkcją stałą

8. Okręgi o równaniach $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 9$ oraz $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 4$

A) przecinają się w 2 punktach C) są styczne zewnętrznie

B) są styczne wewnętrznie D) są rozłączne

9. Zbiorem wartości funkcji $f(x) = \sin x + \sqrt{3} \cos x$, $x \in R$, jest

A) $\langle -1, 1 \rangle$ C) $\langle -2, 2 \rangle$

B) $\langle (1 - \sqrt{3})/2, (-1 + \sqrt{3})/2 \rangle$ D) $\langle -\sqrt{3}, \sqrt{3} \rangle$

10. Czy podane poniżej wzory są słuszne dla wszystkich wartości $x \in R$?

A) $\cos^4 3x - \sin^4 3x = \cos 6x$ C) $||\sin x| - |\cos x|| = \sqrt{1 - |\sin 2x|}$

B) $\sin^2 x = 1 / (\operatorname{ctg}^2 x + 1)$ D) $\sin^4 x + \cos^4 x = 1 - \frac{1}{2} \sin^2 2x$