

Model Kosmologiczny

Współczesna kosmologia co jest jej niewątpliwym sukcesem dopracowała się jednoznacznej koncepcji modelu kosmologicznego – modelu Wszechświata, który z jednej strony jest prosty, a z drugiej dobrze opisuje obecną fazę jego ewolucji. Robiąc pewne naturalne założenia o własnościach materii wypełniającej Wszechświat, możemy zrekonstruować jego przeszłą ewolucję. Jest to model kosmologiczny oparty na geometrii przestrzennej, która spełnia zasadę kosmologiczną: obraz Wszechświata widziany z dowolnego punktu oraz w dowolnym kierunku jest w przybliżeniu identyczny. Matematycznie oznacza to, że czaso-przestrzeń stanowiąca geometryczny model Wszechświata jest która jest produktem kartezjańskim osi czasu R oraz przestrzeni M^3 o stałej krzywiznie: $R \times M^3$. Prosta R^1 jest topologią uniwersalnego czasu kosmicznego, który odmierza zjawiska fizyczne zachodzące we wszechświecie. Na czasoprzestrzeni jest określona metryka, która definiuje infinitezymalne odległości pomiędzy zdarzeniami w sposób lokalny za pomocą formy kwadratowej, która jest nieokreślona. Ponieważ może istnieć wiele przestrzeni, na których lokalnie można zrealizować daną metrykę w pojęciu modelu kosmologicznego, od samego początku istnieje swoboda wyboru topologii [Szydłowski, Krawiec, 2004].

Czasoprzestrzeń jest w pewnym sensie elementem absolutnym ponieważ jest sceną dla procesów fizycznych zachodzących w niej, ale nie jest to jednak jakieś sztywne tło, ponieważ jest ono dynamiczne podlegające ewolucji w czasie kosmicznym i kształtowane zgodnie z koncepcją Ogólnej Teorii Względności, zgodnie z którą procesy fizyczne oddziałują na strukturę czasoprzestrzenną. Czasoprzestrzeń modelu kosmologicznego jest tworem dynamicznym, którą rządzą Einsteinowskie równania pola grawitacyjnego (utożsamionego z polem tensora metrycznego, opisujące geometrię wewnętrzną czasoprzestrzeni). Obecność materii w czasoprzestrzeni powoduje jej zakrzywienie.

Standardowy model kosmologiczny (SMK) z definicji jest jedynie przybliżonym modelem Wszechświata, na który istnieje powszechna zgoda uczonych. Dla jego sformułowania czynimy pewne założenia jak zasada kosmologiczna, opis materii w terminach cieczy doskonałej, czasoprzestrzeń jest ciągłym continuum o strukturze różniczkowej etc. Założenia o charakterze fizycznym i geometrycznym nie wyczerpują wszystkich założeń, ponieważ pewne założenia filozoficzne należy dodać dla konsystencji i spójności modelu [Ellis, 2000].

SMK to dalszy punkt wyjścia dla badań Wszechświata metodami kosmologii obserwacyjnej, ponieważ we względnie prosty sposób można w nim wyprowadzić obserwowalne kosmologiczne, które nam pozwolą na testowanie modeli kosmologicznych oraz estymację jego swobodnych parametrów z danych obserwacyjnych.

SMK posiada swoją treść geometryczną oraz treść fizyczną. Treść geometryczna dotyczy czasoprzestrzeni z czasem globalnym zwanym czasem kosmologicznym oraz własności przestrzeni, które, jak cała czasoprzestrzeń, podlegają ewolucji. Ewolucja Wszechświata, dzięki założonym symetriom, jest opisana przy pomocy tylko jednej funkcji czasu zwanej czynnikiem skali a , podczas gdy równania Einsteina redukują się do postaci równań różniczkowych zwyczajnych drugiego rzędu na tę funkcję. Rozwiązania zależą od wyboru warunków początkowych, co sprawia, że istnieje wielość dopuszczalnych ewolucji kosmologicznych. W przypadku SMK zakłada się, że materia wypełniająca Wszechświat składa się z materii barionowej, nierelatywistycznej (dłatego zimnej), materii nieświecącej, ale grawitującej zwanej ciemną materią oraz tzw. ciemną energią opisywaną efektywnie przy pomocy członu

kosmologicznego Λ (Λ). Zakłada się w koncepcji SMK, że przestrzeń jest płaska. Treść fizyczna modelu jest opisywana przez procesy, które zachodzą w trakcie ewolucji Wszechświata. Ewolucja Wszechświata jest parametryzowana przez czynnik skali albo red-shift, albo też temperaturę. Za integralną część modelu standardowego uważa się epokę inflacji, w trakcie której ewolucja czynnika skali miała charakter eksponencjalny. SMK jest inaczej nazywany modelem Λ CDM-ciemnej zimnej materii. Ponieważ kosmologia jest nauką o strukturze i ewolucji Wszechświata, z definicji jest nauką podobną do biologii ewolucyjnej, geologii czy też archeologii. Ta jej swoistość ma swoje odzwierciedlenie w koncepcji modelu, który nie tylko dotyczy obecnego stanu Wszechświata, ale i jego wcześniejszej ewolucji rekonstruowanej na podstawie informacji docierającej do dzisiejszego obserwatora głównie od docierających do niego fotonów.

Istnieją modele kosmologiczne, w których rezygnuje się z założenia jednorodności i izotropii przestrzennej postulując jedynie jednorodność przestrzenną. Trójprzestrzeń jednorodną można sklasyfikować używając aparatu matematycznego ciągłych grup Liego i rzeczywistych algebr Liego. Taka klasyfikacja została podana przez Bianchiego co pozwala na klasyfikację wszystkich metryk modeli kosmologicznych jednorodnych, zwanych modelami Bianchiego. Najprostszym modelem jednorodnym jest rozwiązanie próżniowe równań Einsteina dla modelu płaskiego, którego przestrzeń jest niezmiennicza względem 3 wymiarowej grupy translacji. W metryce modelu zamiast jednego czynnika skali pojawiają się trzy różne w trzech kierunkach głównych x, y, z . Kasner po raz pierwszy uzyskał rozwiązanie równań Einsteina w próżni dla tego typu symetrii w postaci funkcji potęgowych czasu, $a_i = t^{p_i}$, ($i=1,2,3$), gdzie wykładniki kasnerowskie p_i sumują się, tak jak i ich kwadraty, do jedności: $\sum_{i=1}^3 p_i = \sum_{i=1}^3 p_i^2 = 1$. Rozwiązanie Kasnera odgrywa istotną rolę w opisie ewolucji Wszechświata w otoczeniu osobliwości początkowej gdy objętość przestrzeni proporcjonalna do t , maleje do zera [Szydłowski, 1997].

Jak widzimy w kosmologii strategia poznawania Wszechświata poprzez konstrukcję ich modeli datuje się już już od samego początku kosmologii relatywistycznej gdzie problem kosmologiczny został postawiony (my całkowicie pomijamy koncepcje modeli kosmologicznych przed powstaniem ogólnej teorii względności ponieważ w teorii Newtona nie można skonstruować w sposób konsystentny modelu kosmologicznego z powodów zasadniczych).

Na przykładzie oglądu kosmologii współczesnej (koncepcji SMK) z dużą wyrazistością można zaobserwować efekt przesunięcia zainteresowań naukowych od teorii naukowych w kierunku modeli teoretycznych [Zeidler, 2007]. Teoria grawitacji Einsteina zawiera całe bogactwo możliwych rozwiązań, ale my wybieramy bardzo proste, oddające własności Wszechświata, by w miarę postępów w badaniach rezygnować z pewnych założeń idealizacyjnych modelu.

W tym kontekście rozważa się koncepcję skrzynki narzędziowej zaproponowaną przez Nancy Cartwright. Modele teoretyczne reprezentują tu badane układy empiryczne, natomiast teorie naukowe służą raczej do ich konstrukcji jako pewne narzędzia o charakterze konceptualnym. Warto podkreślić, że we współczesnej kosmologii obserwacyjnej modele są w dużej mierze autonomicznymi narzędziami praktyki badawczej. Model umożliwia planowanie i przeprowadzanie przyszłych eksperymentów, misji satelitarnych. Można potocznie powiedzieć, że modele są „rozliczane” według tego, jak radzą sobie jako pewne narzędzia z rozwiązaniem sytuacji problemowych. Rozważany model Λ CDM, z punktu widzenia obecnych danych, jest właśnie najlepszym modelem, który rozwiązuje sytuację problemową, jaką jest wyjaśnienie akceleracji Wszechświata. Co więcej, w oparciu o niego uzyskujemy konsystentną rekonstrukcję ewolucji Wszechświata aż do osobliwości początkowej.

W kosmologii, zbudowanej na Ogólnej Teorii Względności (OTW), za modele Wszechświata uznaje się rozwiązania równań Einsteina. Model konstruuje się w drodze przyjmowania określonych założeń idealizacyjnych oraz tzw. warunków *ceteris paribus*, a tym samym dokonuje się zawężanie liczby problemów implikowanych przez teorię. Zabieg idealizacji polega na pomijaniu oddziaływań, które systematycznie wpływają na zjawisko, natomiast uwzględnianie warunków *ceteris paribus* ma za cel pomijanie wpływu czynników odpowiednio przygodnych. Takie sformułowania praw naukowych są więc pewnymi przybliżeniami badanej rzeczywistości.

Warto zwrócić uwagę na dwa rodzaje idealizacji stosowanych w praktyce konstruowania modelu: 1) konstruktywna, kiedy upraszcza się pojęciową reprezentację zjawiska, a nie samo zjawisko; 2) kauzalna, kiedy upraszcza się samo zjawisko, redukując stopień złożoności problemu. Uzyskiwana w ten sposób prostota matematyczna pozwala na praktyczne realizowanie następujących funkcji modelu w relacji do teorii, uważanych za zasadnicze:

- 1) badanie własności teorii;
- 2) funkcja heurystyczna;
- 3) testowanie teorii.

Zastosowania różnych idealizacji w konstruowaniu modeli, pokazywanie, jak „zachowuje się” teoria w konkretnych przypadkach. Różnorodność modeli pozwala uwydatnić cechy teorii. W naukach formalnych możliwość skonstruowania modelu daje gwarancję, że teoria jest spójna logicznie. Przedstawiciele tzw. semantycznej koncepcji teorii naukowej traktują teorię jako rodzinę modeli [Suppe, 1989; Suppes, 1967; van Fraassen, 1989]. Składniki teorii to nie zdania uniwersalne, prawa, ale modele, naturalnie modele definiowane i rozumiane w określony sposób. W ramach prezentowanego podejścia semantycznego mieści się koncepcja teorii empirycznych traktowanych jako struktury pojęciowe. Tu model rozumiany jest jako „coś, do czego teoria się odnosi” [Jonkisz 1998, s.13]. Domeną niezdaniowego ujęcia teorii naukowej jest wybiórcze i fragmentaryczne podejście do opisu zjawisk [Grobler, 2006, s. 178-197].

Często sformułowania teorii są zbyt skomplikowane i jako takie nie dają się stosować do opisu zjawisk. Zastosowane przybliżenia sprawiają, że model staje się interpretacją teorii w granicach wyznaczonych przez zastosowane idealizacje [Nagel, 1961]. Funkcja heurystyczna przejawia się zarówno w doprowadzeniu do rozwiązania danego problemu, jak i w odkrywaniu nowych teorii. Skonstruowany dzięki tym zabiegom model może przejawiać cechy, na pierwszy rzut oka, niewidoczne w teorii, w oparciu o którą został zbudowany. W tym sensie model, mimo przyjętych przybliżeń, nie jest zubożeniem teorii, ale wręcz przeciwnie. Rozwija teorię i staje się narzędziem konstruowania nowej teorii.

Rozbudowane i złożone teorie często nie nadają się do wysuwania predykcji empirycznych. Modele pełnią w takich przypadkach rolę pośrednika między teorią a zjawiskami [Smith 2001]. Procedura testowania teorii zostaje zastąpiona testowaniem sensowności przyjętych przybliżeń, a zatem także modeli.

W kosmologii koncepcja modelu kosmologicznego jest zrelatywizowana do koncepcji teorii grawitacji, którą używamy. Od czasów postawienia problemu kosmologicznego przez A. Einsteina, tą teorią jest OTW., ale rozważane są próby jej uogólnienia a nawet odejścia na rzecz innej teorii. Stąd mając świadomość uteoretyzowania danych obserwacyjnych chcielibyśmy się na ile to możliwe uwolnić od zrelatywizowania do konkretnej teorii w interpretacji danych obserwacyjnych. Dlatego we współczesnej kosmologii istnieje praktyka wyjaśniania w oparciu o model w sposób możliwie niezależny od teorii. Przykładowo w wyjaśnianiu problemu akceleracji Wszechświata proponuje się alternatywne podejście do problemu ciemnej energii nazywane *model independent*. W takim podejściu rekonstruuje się funkcję potencjału $V(\varphi)$ lub równanie stanu $p(\varrho)$

bezpośrednio z obserwacji. Zarówno potencjał pola skalarnego, jak i równanie stanu wyraża się w kategoriach funkcji Hubble'a H ; ta z kolei zależy od odległości jasnościowej $d_L(z)$, gdzie z jest redshiftem; $1 + z = a^{-1}$, według wyrażenia: $H(z) = \left[\frac{d}{dz} \left(\frac{d_L(z)}{1+z} \right) \right]^{-1}$

Konstruując model Λ CDM, bazujemy na klasycznej teorii grawitacji Einsteina. Jest to teoria operująca powyżej granicy Plancka. Uważa się, że dla rozmiarów mniejszych od Plancka teoria ta winna być zastąpiona przez teorię kwantową. Trudno dzisiaj powiedzieć, że dysponujemy taką w pełni zadowalającą teorią. Kandydatkami na taką fundamentalną teorię bazową dla teorii grawitacji są pętlowa teoria grawitacji (Bojowald, Ashtekar, Lewandowski) lub teoria tzw. dynamicznych triangulacji (Loll, Ambjörn, Jurkiewicz). W stosunku do tych teorii kwantowej grawitacji klasyczna teoria grawitacji Einsteina jest teorią emergentną, a przez to fenomenologiczną w stosunku do bardziej fundamentalnej teorii kwantowej z dyskretną czasoprzestrzenną strukturą. Przejściu przez granicę planckowską towarzyszy emergencja czasoprzestrzeni jako ciągłego kontinuum.

Jest interesujące, że teoria klasycznej grawitacji sama z siebie manifestuje *obcięcie* (*cut off*) na małych rozmiarach, kiedy efekty kwantowe stają się już tak istotne, że nasz opis przestaje być poprawny. Niektórzy autorzy uważają, że tzw. osobliwości początkowe, pojawiające się w rozwiązaniach równań kosmologicznych, są wewnętrzną manifestacją konieczności *obcięcia* teorii na pewnych rozmiarach, w pewnych skalach energetycznych [Szydłowski, 2005]. Teoria jakby sama „ujawnia”, że jej możliwości adekwatnego opisu się kończą.

Ostatnie osiągnięcia w dziedzinie kwantowej teorii grawitacji wskazują nam na to że OTW nie musi być teorią fundamentalną, i że jest to tylko pewna teoria posiadająca status teorii efektywnej. Zadaniem tej teorii jest pokazanie mechanizmów emergencji czasoprzestrzennego continuum OTW z pewnej czasoprzestrzeni dyskretniej. Model kosmologii kwantowej jest zatem przedłużeniem modelu klasycznego do obszarów energii Plancka, gdzie już model klasyczny oparty na klasycznej teorii grawitacji przestaje pracować.

W opisie fizycznym zawsze będzie tendencja do uwalniania się od opisu fenomenologicznego i poszukiwania teorii emergentnych, które wyjaśniają te pojęcia (parametry) na podstawie bardziej fundamentalnej teorii, która także posiada elementy fenomenologiczne, i tak w nieskończoność. Jeśli istnieje granica takiego procesu konstruowania nowych teorii coraz bardziej fundamentalnych, to mogłaby to być teoria wszystkiego, lecz taka teoria byłaby całkowicie nieoperatywna ze względu na jej obliczeniową złożoność [Sokołowski, 2006]. Efektywny charakter modelu Λ CDM (także CDM) jest w pewnym sensie dziedziczony po Einsteinowskiej teorii grawitacji, którą niektórzy (Padmanabhan) traktują dzisiaj nie jako samodzielne fundamentalne oddziaływanie, będące na poziomie klasycznym Ogólną Teorią Względności, lecz jako „zjawisko” emergentne, które się wyłoniło w procesie wygładzania i uśredniania analogicznego do wyłonienia się termodynamicznego opisu z mechaniki statystycznej. Również sama czasoprzestrzeń jest traktowana jako obiekt emergentny posiadający pewną nieznaną strukturę mikroskopową (np. podobną do tej, którą proponuje pętlowa teoria grawitacji).

W modelowaniu fizycznym zawsze ogromną rolę odgrywała analogia. Przez jakiś czas sądzono, że Einsteinowskie równania pola grawitacyjnego są czymś zupełnie wyjątkowym i niepowtarzalnym; dopóki nie odkryto, że analogicznymi równaniami są opisywane procesy hydrodynamiczne zachodzące w cieczach (które składają się z atomów) np. [Sokołowski 2006]. Podobne próby dotyczyły sensowności konstruowania kwantowej teorii grawitacji poprzez kwantowanie Ogólnej Teorii Względności. Niedawno zyskały one trwałe teoretyczne podstawy, gdy przekonaliśmy się, że istnieją analogony równań OTW w odległych często obszarach. Na bazie tej koncepcji rozwija się dzisiaj nowa dziedzina fizyczna – „analogiczna grawitacja” (*Analogue*

Gravity), w której pojawiają się niespodziewane odpowiedniki obiektów przewidywanych przez OTW (czarne dziury) [Barcelo, 2005; Visser, 2007].

W kosmologii bada się tzw. problem minimalnej ilości parametrów modelu już wystarczających do adekwatnego opisu zjawiska [Szydłowski, Kurek, 2006]. Chodzi o wydobycie metodami bayesowskimi istotnych parametrów modelu z punktu widzenia obecnych danych obserwacyjnych. Parametry te można by uznać za parametry efektywne kosmologii, lecz musimy pamiętać, że teoria grawitacji jako taka może być emergentna w stosunku do teorii bardziej fundamentalnej.

Tradycja pojęcia modelu w kosmologii

Kosmologia jest tą nauką, w której modyfikacje w praktyce modelowania zjawisk są szczególnie widoczne. Jest to już bezpośrednią pochodną faktu, że przedmiotem modelowania jest cały Wszechświat¹. Dobrą ilustracją postulowanej ewolucji w modelowaniu są dwudziestowieczne problemy ze stałą kosmologiczną. Zauważmy, że Einstein, tworząc zręby OTW, próbował zachować i zrównoważyć zarówno wewnętrzne, jak i zewnętrzne cechy teorii. Zgodność z doświadczeniem jako kryterium zewnętrzne² i przekonanie, że aksjomatyczna baza teorii nie może być jednak wyprowadzona bezpośrednio z doświadczenia, ale odkryta, zapostulowana. Einstein, konstruując model kosmologiczny, postawił dwa główne założenia. Po pierwsze przestrzeń jest globalnie zamknięta – to miało czynić zadość zasadzie Macha: metryczna struktura pola ($g_{\mu\nu}$) określona jednoznacznie przez tensor energii–pędu ($T_{\mu\nu}$). Po drugie Wszechświat jest statyczny – krzywizna przestrzeni musi być niezależna od czasu. Analiza oryginalnych równań pola pokazała Einsteinowi, że Wszechświat nie jest statyczny i zapadnie się pod wpływem działania sił grawitacji. Dodaje zatem człon kosmologiczny, który oznacza dodatkowe założenie, że między galaktykami, zatem w dużych skalach (zaniedbywalny jeszcze w Układzie Słonecznym), ujawnia się nowy rodzaj siły odpychającej. Siła ta jest niezależna od gęstości materii i rośnie wraz z rosnącą odległością. Einstein pojmował stałą w ramach teorii względności jako nieusuwalne zakrzywienie czasoprzestrzeni, pozostające po usunięciu całej materii. W roku 1917 holenderski fizyk i matematyk W. de Sitter znalazł rozwiązanie płaskie równań pola bez materii ze stałą kosmologiczną i tym samym pokazał Einsteinowi, że obok jego rozwiązania z członem kosmologicznym istnieją inne-stacjonarne. W modelu geometrycznym de Sittera zarówno przestrzeń, jak i czas są zakrzywione³ (dokładnie zakrzywiona jest czasoprzestrzeń).

Kolejnym krokiem w poszukiwaniu rzeczywistego modelu były prace rosyjskiego matematyka A. A. Friedmanna (1888-1925), który znalazł rozwiązanie równania (1), opisujące rozszerzający się wszechświat. Tzw. *równania Friedmanna* opisują wszechświat z jednorodnym i izotropowym rozkładem materii założonej w postaci cieczy doskonałej (ciśnienie i gęstość energii

¹ To, że modele są głównym narzędziem współczesnej nauki, jest rzeczą oczywistą. S. Hartmann [Hartmann, 2008] argumentuje, że modele mogą być również użytecznym narzędziem w filozofii nauki. Jako przykład rozważa metodologię sieci bayesowskich (*methodology of Bayesian Networks*). Jako modele konkurencyjne do modelu Λ CDM obecnie rozważa się model sferycznie symetryczny (antykopernikański) oparty na geometrii Lemaître - Tolman - Bondi (LTB) oraz model Bianchi VII_h – jednorodny i izotropowy model w klasyfikacji Bianchiego [Trotta, 2008].

² Warto zwrócić uwagę na brzemienne w skutki przekonanie Einsteina o statyczności Wszechświata. To założenie było dla twórcy OTW naturalne z kilku powodów: nie znano jeszcze ruchów galaktyk w wielkich skalach; powszechnie przyjmowano, że Wszechświat to nasza galaktyka, a poza nią pustka.

³ Wszechświat de Sittera jest „pusty” ($p = \rho = 0, k = 0, \Lambda > 0$).

są jedynie funkcją czasu kosmologicznego), w którym krzywizna i gęstość materii są zależne od czasu.

Warto wreszcie wspomnieć o pracach Lemaître'a nad modelami z członem kosmologicznym [Lemaitre, 1931]. Belgijski astronom (1894-1966) pokazywał, że nawet dla dodatniej krzywizny model ze stałą kosmologiczną rozszerza się w nieskończoność, co było niemożliwe we Friedmanna rozwiązaniach równań bez stałej. $\Lambda < 0$ prowadzi do modeli wszechświata, które najpierw ekspandują i potem zapadają się. Dodatnia Λ dostarcza szerokiego wachlarza możliwości teoretycznych. Metodologicznie niezwykle inspirująca jest Eddingtona propozycja rozpatrywania ciągu modeli, które są „realizowane” przez rzeczywisty Wszechświat w trakcie jego ewolucji. Także z heurystycznego punktu widzenia te wnioski Eddingtona⁴ są tak interesujące, że trzeba je koniecznie zacytować [Eddington, 2006, s. 83]:

Na jednym końcu mamy wszechświat Einsteina pozbawiony ruchu, a zatem znajdujący się w równowadze. Gdy przesuwamy się w tym szeregu, znajdujemy modele wszechświatów rozszerzających się coraz szybciej, aż dochodzimy na drugim końcu do wszechświata de Sittera. Szybkość ekspansji przez cały czas rośnie wzdłuż tego szeregu, natomiast gęstość materii maleje; wszechświat de Sittera stanowi granicę osiągalną przy średniej gęstości materii równej zeru. Tu zatrzymuje się szereg rozszerzających się wszechświatów; nie dlatego, że ekspansja staje się zbyt szybka, lecz z tej przyczyny, iż nie zostało już nic, co mogłoby się rozszerzać.(...)

Opisany ciąg modeli jest nie tylko zbiorem możliwości, spośród których mamy dokonać wyboru, aby odwzorować rzeczywisty wszechświat; ciąg ten ma jeszcze bardziej interesujące zastosowanie. Z biegiem czasu rzeczywisty wszechświat wędruje wzdłuż tego szeregu modeli, tak że ciąg nasz obrazuje jego historię.

Olbrzymie możliwości teoretycznego opisu zachowania się rzeczywistego Wszechświata, które umożliwiła obecna w równaniach stała kosmologiczna, umacniały przeświadczenie Eddingtona, że nie ma wystarczająco mocnego powodu, by usuwać Λ z równań. Możemy powiedzieć, że z chwilą postawienia przez Einsteina problemu kosmologicznego, model kosmologiczny był tożsamy z zagadnieniem czasoprzestrzennej struktury będącej kosmologicznym rozwiązaniem równań Einsteina. Model kosmologiczny był więc utożsamiany z modelem czasoprzestrzeni będącej parą (M, g) , gdzie M jest 4-wymiarową rozmaitością lorentzowską, a g zadany na niej polem tensorowym $g_{\mu\nu}$. Oczywiście g jest rozwiązaniem równań Einsteina z pewnym źródłem pola grawitacyjnego $T_{\mu\nu}$ opisującego materialną zawartość Wszechświata.

Różne interesujące z kosmologicznego punktu widzenia rozwiązania były kolekcjonowane i szczegółowo analizowane i mieliśmy do czynienia z czymś, co ostatnio V. N. Lukash [Lukash, 2007] nazwał *markets of models*. Stosowne jest w tym miejscu przytoczyć szerszą opinię Lukasha:

Wiek kosmologii doprowadził nas do nowego rozumienia Wszechświata. Dziś znamy model odnoszący się do dużych skal. *Per astra ad astra*. Po wielu latach hipotez i modeli (markets of models) posiadamy dziś Standardowy Model Kosmologiczny, odrębny od tego, który dotyczy świata w skali mikro – standardowego modelu cząstek elementarnych. Oba modele zbiegają się ze sobą i oddziałują na siebie prowadząc nas do spójnego fizycznego modelu świata, którego jesteśmy częścią. (tłum. własne autorów)

⁴ Zawarte w książce *The Expanding Universe*; pierwsze wydanie angielskie: Cambridge University Press, Cambridge 1933.

Trudno wskazać dokładny moment, w którym kosmologia stała się z dziedziny jakościowej fizyką Wszechświata opisanego przez parametry podlegające pomiarom, ale miało to miejsce ok. roku 2003 [Spergel, 2003], kiedy to satelita WMAP dostarczył możliwości obserwacyjnego „powiązania” parametrów kosmologicznych. Dzisiaj każdy z nas może to uczynić dzięki np. publicznie dostępnemu programowi komputerowemu CosmoMC. „Kosmologia w parametrach” (ilościowa) stała się faktem.

Inny przykład zastąpienia modelu teoretycznego z rynku możliwych hipotez dostarcza 5 lat obserwacji satelity WMAP. Jak wiadomo, istnieje bardzo wiele różnych modeli inflacji, lecz niektóre z nich można już dzisiaj wyeliminować dzięki tym długoletnim obserwacjom. Nie oznacza to jednak, że uda się potwierdzić hipotezy inflacji, można ją jednak sfalsyfikować.

Ten krótki historyczny szkic pokazuje pewną rzecz istotną dla naszych teoriomodelowych rozważań. Praktyka modelowania wszechświata oparta na OTW wyraźnie pokazuje, że kosmologia nie jest zainteresowana dowolnymi możliwymi (w sensie dopuszczalności przez równania) modelami. Nie ma *wielu kosmologii*, bo Wszechświat jest jeden. Chodzi o modele wyróżnione - te, które stają się uprawnioną empiryczną interpretacją teorii [Hajduk, 1972]. Ten wniosek jest podstawą wszelkich rozważań na temat współczesnych metod selekcji modeli kosmologicznych. Ciężar analiz dotyczących modeli przemieszcza się, ograniczając rolę struktur, wzmacniając znaczenie parametrów – „kosmologia w liczbach”.

Przytoczona dyskusja dostarcza także przykładu użycia pojęcia prostoty w wyjaśnianiu w kosmologii. Kryterium prostoty odegrało istotną rolę u Einsteina w jego konstrukcji modelu kosmologicznego, dla którego założył on arbitralnie topologię sfery S^3 . W tym czasie był znany wariant geometrii sfery S^3 , w której dokonano identyfikacji punktów antypodalnych o lokalnej metryce sfery, lecz nietrywialnej topologii. Ten typ geometrii był zaproponowany przez de Sittera i jest dopuszczalny przez równania Einsteina na równi z geometrią trywialnej sfery. Einstein jednak taką sytuację arbitralną odrzucał, twierdząc, że przyroda wybiera rozwiązania proste, działając w sposób ekonomiczny, dlatego wybraną sferę, na której każdą krzywą zamkniętą - pętlę można „zciągnąć” do punktu (przestrzeń jednospójna). Mamy więc tutaj do czynienia z użyciem kryterium prostoty w kontekście wyboru modelu kosmologicznego (Szydłowski, Krawiec, 2004). Jest to przykład zastosowania argumentacji filozoficznej albo przyjęcia założenia filozoficznego w kosmologii rozumianej jako fizyka Wszechświata. Wszędzie tam gdzie nie mamy dostępu obserwacyjnego ponieważ energie są zbyt duże aby możliwe było jej wytworzenie w warunkach laboratoryjnych jesteśmy skazani na założenia o charakterze filozoficznym obecne w każdym modelu kosmologicznym.

Empiryczne ograniczenia matematyzacji

Niewątpliwie tym, co najbardziej charakteryzuje formalną postać Ogólnej Teorii Względności i konstruowanie na jej bazie modeli kosmologicznych, jest efekt, który możemy nazwać sukcesem matematyzacji (geometryzacji) teorii. Dobrym tego wyrazem jest już sam fakt, że OTW jest wynikiem teoretycznych rozważań w dużej mierze na poziomie formalnym ze znikomą liczbą danych empirycznych. Podobnych spektakularnych wyników dostarcza chyba tylko jeszcze mechanika kwantowa.

Istnieje coraz więcej wątpliwości czy ten *ideal matematyzacji*, który nazywamy teorią wszystkiego, stanie się ideałem praktyki badawczej. W opisie fizycznym naturalnie zawsze będzie obecne dążenie do uwalniania się od modeli opisowych i poszukiwania teorii, które wyjaśniają

efektywne parametry na poziomie bardziej fundamentalnym. Teoria tego rodzaju, względnie bazowa, także będzie posiadała elementy fenomenologiczne, i tak w nieskończoność. Myśląc o matematyce, często potocznie przez modele rozumie się po prostu równania i układy równań albo rachunek formalny. Popelnia się przy tym częsty błąd nieodróżniania rachunku od teorii. W naszym rozumieniu w kosmologii za model matematyczny uważa się matematyczne funkcje empirycznie zinterpretowanych parametrów (np. stała Hubble'a, wyrażenie na wiek wszechświata, parametry gęstości). Ostatnia część pracy pokaże, jak mocno idea selekcji modeli bazuje na analizie parametrycznej.

Obecnie istnieją również próby zrezygnowania z założeń jednorodności i izotropowości zakładanej przez model standardowy. Problem zbudowania nowej kosmologii bez założenia zasady kosmologicznej zaproponował G. F. R. Ellis i T. Buchert [Ellis, 2005]. Autorzy argumentują, że każdy opis układu fizycznego jest robiony w pewnej skali; tzn. charakterystyczna skala każdej teorii efektywnej i tak też jest w kosmologii.

Istotną zmianę w metodologii modelowania można wyrazić w stwierdzeniu, że ostatnio w kosmologii mówi się nie tylko o testowaniu modeli kosmologicznych, lecz również o ich selekcji. Metody selekcji nie wskazują one na *prawdziwy* model, lecz najlepszy model z punktu widzenia danych obserwacyjnych, którymi dysponujemy. Metody te dostarczają także argumentów za włączeniem nowego parametru do modelu przy aktualnych danych obserwacyjnych. Przy analizie wartości propozycji modelowych nacisk kładzie się już nie tylko na realizowanie funkcji zrozumienia teorii, ale podstawowego znaczenia nabiera uwzględnianie kontekstu wyjaśniania. Również dopowiedzenia domaga się wyrażenie *model najlepszy*. Można wykazać, że predykat *najlepszy* w odniesieniu do modelu sprowadzoną przynajmniej do alternatywy: 1) najlepszy ze względu na zdolność predykcji nowych faktów empirycznych (kryterium Akaike maksymalizuje dokładność predykcji); 2) najlepszy ze względu na dokładność prezentowania danych zastanych – fitowania danych (Bayesowskie Kryterium Informacyjne - BIC – kryterium oparte na statystyce bayesowskiej – szacuje maksymalne zbliżenie modelu teoretycznego do prawdziwego modelu) [Kukier, Szydłowski, Tambor, 2009].

Zawsze obecne w świadomości metodologicznej przekonanie o niedokładności czy wręcz fałszywości modeli, nabytej ze względu na zastosowane uproszczenia, może być nie tylko szacowane matematycznie (choćby przez kryteria prostoty), ale wykorzystywane do osiągnięcia zamierzonych celów poznawczych. Jeśli uważamy model za nośnik informacji o przedmiocie (zjawisku, procesie) odwzorowanym czy reprezentowanym, to można podjąć się rozważania problemu postawionego przez Morrison, w jaki sposób z modeli *nieprawdziwych* uzyskać użyteczną informację. D. M. Bailer-Jones, badając kwestię dokładności reprezentowania zjawiska przez model, poddaje w wątpliwość już samo dwu-wartościowanie modelu: prawdziwy – fałszywy. „*Models may be neither true nor false*” – w kontekście zróżnicowanej informacji, którą model przekazuje [Bailes Jones, 2003, s. 63-65]. Kluczową rolę w uzasadnieniu tej tezy pełni praktyka modelowania selektywnego. Selektywność może dotyczyć albo aspektów zjawiska, które wybieramy do modelowania, albo założeń przyjętych na początku procesu konstrukcji modelu. Selektywność wynika bezpośrednio z faktu natury metodologicznej, że każda teoria posiada określony zakres zastosowania. Co więcej, żadna teoria nie może modelować każdego zjawiska nawet w swoim reżimie [Smith, 2001]. Zarówno budowanie modeli, jak i sama ich ocena, stają się czynnościami coraz bardziej wyrafinowanymi przede wszystkim ze względu na specyfikę zadań stawianych przed modelem, funkcji które ma pełnić model czy celów, które dzięki niemu mamy osiągnąć. Widać to już pobieżnie, gdy próbujemy bardziej szczegółowo zróżnicować modele ze względu na funkcję, którą pełnią: a) wyjaśnianie – (tu znów można różnicować modele ze względu na aspekt wyjaśnianego zjawiska); b) zastosowania techniczne – (tu nacisk na efektywność); c)

prowadzenie eksperymentu; d) rozwój teorii – badanie wewnętrznych własności i konsekwencji teorii.

Przejdźmy do prezentacji modelu standardowego Λ CDM w szczegółach. Model ten odpowiada na aktualne problemy w kosmologii jakim jest zagadka przyspieszonej ekspansji Wszechświata. Obserwacje odległych gwiaz dsupernowych typu SNIa oraz obserwacje fluktuacji mikrofalowego promieniowania tła wskazują, że Wszechświat przyspiesza. Oznacza to, że druga pochodna po czasie czynnika skali jest dodatnia, a to pociąga za sobą fakt, że, o ile Wszechświat jest opisywany przez SMK, materia, która go wypełnia musi łamać silny warunek energetyczny $\rho + 3p > 0$. Rodzi się pytanie: o jaki rodzaj znanej formy materii chodzi? Od razu zauważamy, że poszukiwana forma materii posiada ujemne ciśnienie. Jeśli pozostać na gruncie modelu kosmologicznego bez stałej kosmologicznej (modelu CDM) to trudno jest wskazać na taką formę materii. Hipotetyczną materię o tej własności nazywa się ciemną energią. Jeśli jednak dopuścić dodatnią stałą kosmologiczną, co jest równoważne zapostulowaniu obecności cieczy o równaniu stanu $p = -\Lambda$, $\rho = \Lambda$, to uzyskamy, że dodatnia stała kosmologiczna zawsze wymusi dodatnie przyspieszenie. Dostajemy więc, że w schemacie pojęciowym SMK ze stałą kosmologiczną płaski Wszechświat przyspiesza począwszy od pewnej chwili czasu. Ponieważ SMK jako efektywna teoria Wszechświata zawiera dowolne parametry pozostaje estymować ich wartości z danych obserwacyjnych i sprawdzić czy ich zestaw prowadzi do obserwowalnej przyspieszonej ekspansji Wszechświata.

Dynamikę wszechświata opisujemy w kosmologii relatywistycznej przez Einsteinowskie równania pola. Oryginalna ich postać opublikowana w roku 1917 jeszcze bez stałej kosmologicznej, jest:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = T_{\mu\nu} \quad (1)$$

gdzie lewa strona równania to obiekt zbudowany z drugich pochodnych tensora metrycznego $g_{\mu\nu}$; $R_{\mu\nu}$ to tzw. *tensor Ricciego* – zwężony tensor krzywizny, R jest *skalarem krzywizny* uzyskany przez zwężenie: $R_{\mu\nu}g^{\mu\nu}=R$; prawa strona równania zawiera tensor energii pędu $T_{\mu\nu}$. Jeśli założymy, że składniki Wszechświata, które reprezentuje tensor $T_{\mu\nu}$, mają właściwości cieczy doskonałych, to tensor ten ma składowe $T_{\nu}^{\mu} = \text{diag}(-\rho, p, p, p)$, gdzie ρ i p to odpowiednio gęstość energii i gęstość ciśnienia cieczy. Przyjęty został naturalny układ jednostek gdzie $8\pi G = c = 1$ i metryka o sygnaturze $(-, +, +, +)$ Tensor $T_{\mu\nu}$ spełnia, podobnie jak tensor Einsteina, warunek znikającej dywergencji na mocy tożsamości Bianchi $T_{\nu;\mu}^{\mu} = 0$. Oba te tensory są symetryczne, zatem mają po 10 niezależnych składowych. Równania pola Einsteina stanowią więc dość skomplikowany układ 10 równań różniczkowych cząstkowych drugiego rzędu. Uzyskanie analityczne prostych rozwiązań wymaga przyjęcia idealizacji, np. symetrii (albo założenia sytuacji pola sferycznie symetrycznego, rozwiązania dla słabego pola grawitacyjnego). Dla potrzeb tej pracy wykorzystana zostanie metryka Friedmanna-Robertsona-Walkera (FRW) skonstruowana w oparciu o zasadę kosmologiczną, która zawiera założenie jednorodności i izotropowości Wszechświata w dużych skalach.

Metrykę czsoprzestrzeni Friedmanna-Robertsona-Walkera (FRW w skrócie) dla przestrzeni ($t=const$) o stałej krzywiznie i o topologii produktu kartezjańskiego $R \times M^3$ można zapisać w postaci:

$$ds^2 = -dt^2 + a^2(t)[dr^2 + f_k^2(r)(d\theta^2 + \sin^2\theta\phi^2)] \quad (2)$$

gdzie $a(t)$ – czynnik skali; (r, Θ, ϕ) – współrzędne sferyczne

$$f_k(r) = \begin{cases} \sin r & \text{dla } k = +1 \\ r & \text{dla } k = 0 \\ \sinh r & \text{dla } k = -1 \end{cases} \quad (3)$$

tensor energii momentu pędu modelujący materię, źródło grawitacji jako ciecz doskonałą ma postać tensora kowariantnego drugiego rzędu:

$$T_{\mu\nu} = (\rho + p)U^\mu U^\nu + p g_{\mu\nu} \quad (4)$$

gdzie U^μ jest cztero–wektorem prędkości fluidu,

to równania (4) z symetrią przestrzenną Robertsona-Walkera (maksymalną symetrię jednorodności i izotropii) sprowadzą się do równań.

$$H^2 \equiv \frac{\dot{a}^2}{a^2} = \frac{1}{3} \rho - \frac{k}{a^2} \quad (5)$$

$$\dot{H} = -\frac{1}{2}(\rho + p) + \frac{k}{a^2} \quad (6)$$

gdzie H jest parametrem Hubble’a: $H \equiv \frac{\dot{a}}{a}$ (kropka oznacza różniczkowanie po czasie).

Do tych dwóch równań dołącza się jeszcze warunek adiabatywności, które można wyprowadzić albo z równań (5) i (6), albo z warunku znikania dywergencji tensora energii momentu pędu i otrzymujemy:

$$\dot{\rho} + 3 \frac{\dot{a}}{a} (\rho + p) = 0 \quad (7)$$

Przez wyeliminowanie z równania Friedmana (5) czynnika $\frac{k}{a^2}$ i wstawieniu do (6) otrzymamy równanie akceleracji:

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{1}{6} (\rho + 3p) \quad (8)$$

Z równania (8) wynika, że wszechświat przyspiesza, gdy spełniony jest warunek $\rho + 3p < 0$. Hipotetyczną materię o tej własności nazywa się ciemną energią.

Einstein spodziewając się uzyskać statyczne rozwiązania włączył do równań pola tzw. *człon kosmologiczny* Λ .

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R - \Lambda g_{\mu\nu} = T_{\mu\nu} \quad (9)$$

Lewa strona równań pola jest ogólniejsza niż w równaniu (1), ale ciągle spełnia postulat zawierania pierwszych i drugich pochodnych tensora metrycznego których pochodna kowariantna zanika. Po tej modyfikacji otrzymujemy analogiczne równania Friedmana ze stałą kosmologiczną ma postać:

$$\frac{\dot{a}^2}{a^2} = \frac{1}{3} \rho - \frac{k}{a^2} + \frac{\Lambda}{3} \quad (10)$$

$$3 \frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{1}{2} (\rho + 3p) + \Lambda \quad (11)$$

Ponieważ w równaniach występują trzy nieznanne funkcje czasu kosmologicznego: $a(t)$, $\rho(t)$ i $p(t)$, potrzeba nam jeszcze jednego równania wiążącego ciśnienie p z gęstością masy–energii np. ρ : $p = p(\rho)$ dla domknięcia układu i następnie znalezienia jego rozwiązań. Jest to tzw. *równanie stanu*. Równanie to opisuje własności fizyczne materii wypełniającej Wszechświat i powinno ono być wzięte z lokalnej fizyki. Innymi słowy, chcąc znaleźć jawne rozwiązania równań Friedmanna dla konkretnej epoki, powiedzmy promienistej czy też pyłowej, należy określić, jaki rodzaj energii i materii wypełnia Wszechświat, tzn. zapostulować konkretną postać równania stanu. Jeśli równanie stanu, również przez analogię do fizyki płynów, zapiszemy ogólnie w formie liniowej proporcjonalności do gęstości (barotropowa postać równania stanu): $p_i = w_i \rho_i$, to rozwiązanie równania (10) będzie miało postać zależności od czynnika skali:

$$\rho_i = \rho_{0i} a^{-3(1+w_i)} \quad (12)$$

Parametr w_i zależy od formy materii–energii wypełniającej wszechświat. Indeks „i” numeruje nam różne rodzaje fluidów nie oddziałujących ze sobą które mogą wypełniać Wszechświat, powiedzmy materię, promieniowanie czy też ciemną energię w formie stałej kosmologicznej.. Jeśli takie fluidy nie oddziałują ze sobą, równanie (12) jest prawdziwe dla każdego z nich. Przyjmuje się wartości: $w = 1/3$ dla promieniowania; $w = 0$ dla materii pyłowej i $w = -1$ dla energii próżni. Równania Friedmanna można rozwiązywać osobno dla poszczególnych rodzajów fluidów wypełniających Wszechświat w czasie jego ewolucji. Gdy Wszechświat zaczyna przyspieszać, $\ddot{a}(t) > 0$, co prowadzi do warunku, że efektywny współczynnik w równaniu stanu spełnia nierówność:

$$w_{eff} < -\frac{1}{3}, \text{ gdzie } w_{eff} = \frac{p_{eff}}{\rho_{eff}}; \quad (13)$$

dla modelu Λ CDM $w_{eff} = \frac{0-\Lambda}{\rho_m + \Lambda}$.

Tak materia, jak i promieniowanie nie będą spełniać powyższego warunku akceleracji, ale mieszanina pyłu i stałej kosmologicznej, począwszy od pewnej wartości czynnika skali. Częściej w kosmologii zamiast pojedynczych fluidów rozważa się jednak modele z mieszaniną nieoddziałujących bądź oddziałujących fluidów o różnych równaniach ciecizy.

Jak zostało wspomniane, najbardziej charakterystyczne dla współczesnej kosmologii jest przejście od badania możliwych rozwiązań równań Einsteina do wyznaczania tzw. parametrów kosmologicznych. Aby zatem możliwe stało się wyznaczenie parametrów obserwacyjnych Wszechświata, musiał zostać ustalony SMK.

Chociaż Wszechświat w dużej skali posiada pewne struktury, w pierwszym przybliżeniu wyobrażamy sobie, że materia, która go wypełnia, posiada własności nieoddziałującego pyłu. Wówczas z warunku (7) możemy wyznaczyć, że gęstość energii–materii zmienia się z ewolucją Wszechświata zgodnie z zależnością $\rho(t) = \rho_0 \left(\frac{a}{a_0}\right)^{-3}$, gdzie $\rho(a_0) = \rho_0$; indeksem „0” będziemy zaopatrywać wielkości ilekroć będą one odniesione do obecnej (lub jakiejś ustalonej) epoki. Zamiast wielkością ρ , wygodnie będzie operować tzw. bezwymiarowym parametrem gęstości definiowanym następująco:

$$\Omega_i = \frac{\rho_{0i}}{3H^2} \quad (14)$$

Indeks i oznacza tu i -ty składnik materialnej zawartości Wszechświata; np. gdy będziemy oznaczać $i = m$, będziemy mieć na myśli materię pyłową, gdy $i = r$, będziemy mieć na myśli promieniowanie ($p = \frac{1}{3} \rho$), którego gęstość zmienia się z czynnikiem skali, jak $\rho(t) = \rho_0 \left(\frac{a}{a_0}\right)^{-4}$.

Stałą kosmologiczną możemy również traktować jako pewną ciecz doskonałą opisaną stałą gęstością energii ρ_Λ oraz ciśnieniem p_Λ . Można się o tym przekonać, porównując równania (5) z (10). Wtedy:

$$\rho_\Lambda = \Lambda; p_\Lambda = -\rho_\Lambda \quad (15)$$

Stąd także dla stałej kosmologicznej możemy zdefiniować bezwymiarowy parametr gęstości:

$$\Omega_\Lambda = \frac{\rho_\Lambda}{3H^2} \equiv \frac{\Lambda}{3H^2} \quad (16)$$

Zauważmy teraz, że równanie (10) możemy przepisać w równoważnej formie, posługując się wyprowadzonymi wcześniej parametrami gęstości.

$$1 = \frac{\rho}{3H^2} + \frac{-\frac{k}{a^2}}{3H^2} + \frac{\Lambda}{3H^2} \quad (17)$$

albo

$$\Omega_m + \Omega_k + \Omega_\Lambda = 1 \quad (18)$$

gdzie wielkość Ω_k jest parametrem gęstości dla krzywizny oraz $\Omega_m = \Omega_{m,0}(1+z)^3$, $\Omega_{m,0} = \frac{\rho_0}{3H_0^2}$; $\Omega_k = \Omega_{k,0}(1+z)^2$, $\Omega_{k,0} = \frac{-k}{a_0^2}$; $\Omega_\Lambda = \Omega_{\Lambda,0} = \frac{\Lambda}{3H_0^2}$.

W powyższych relacjach skorzystaliśmy ze związku, który tłumaczy stosunek czynnikiem skali a redshiftem:

$$1+z = \frac{a_0}{a} \quad (19)$$

Oczywiście zależność (18) jest spełniona w dowolnej chwili czasu (dla dowolnego z), stąd w chwili obecnej ($z = 0$) oznacza, że suma parametrów gęstości dla wszystkich składników materii i krzywizny jest równa jeden.

$$\Omega_{m,0} + \Omega_{k,0} + \Omega_{\Lambda,0} = 1 \quad (20)$$

Czyli parametry gęstości $\Omega_{i,0}$ nie są niezależne. Wielkości H_0 , $\Omega_{m,0}$, $\Omega_{k,0}$, $\Omega_{\Lambda,0}$ są podstawowymi parametrami kosmologicznymi, które należy wyznaczyć z obserwacji astronomicznych.

Podstawowe równanie które rządzi ewolucją Wszechświata (równanie Friedmana) posiada postać równania różniczkowego pierwszego rzędu na funkcję $H(a)$.

Dysponując ustalonym modelem kosmologicznym z dokładnością do parametrów kosmologicznych, pozostaje dokonanie wyboru modelu wszechświata, w którym przeprowadzamy obserwacje. Istnieją zasadniczo dwie metody ustalenia tego faktu w chwili obecnej. Trzeba zmierzyć aktualną wartość stałej Hubble'a H_0 i gęstość materii $\rho_{m,0}$ albo parametru deceleracji.

W latach 60 - tych XX w., przywiązując dużą wagę do wyznaczenia parametru deceleracji q_0 , używano w tym celu tzw. diagramu Hubble'a $d_L(z)$, gdzie d_L jest tzw. odległością jasnościową, tzn. jeśli galaktyka świeci z mocą promieniowania L , a na jednostkę powierzchni lustra teleskopu przypada moc L_{obs} , to przyjmujemy, że jest ona odległa o $d_L = \left(\frac{L}{4\pi L_{obs}}\right)^{\frac{1}{2}}$ (ta definicja nie uwzględnia krzywizny przestrzennej). Należy pamiętać, że d_L nie jest realną odległością, np. wyliczoną z pomiaru drogi fotonu docierającego do nas. Tym niemniej jest to

wielkość niezwykle użyteczna w kosmologii, a jej odstępstwo od rzeczywistej do odległości rzędu kilkuset megaparseków nie jest duże.

Pod koniec lat 70-tych XX w. w astronomii w celu sporządzenia mapy obiektów pozagalaktycznych, nanoszono ich współrzędne na sferze niebieskiej oraz odległość od Ziemi, którą nie wyznaczano bezpośrednio z definicji odległości jasnościowej d_L (jasność absolutna L nie jest dokładnie znana), lecz przy pomocy *redshiftu*. W tym celu można się posłużyć tzw. wzorem Mattiga we wszechświecie pyłowym i płaskim [Mattig 1959]:

$$d_L(z, H_0, q_0) = \frac{1}{H_0 q_0^2} [q_0 z + (q_0 - 1) \left((2q_0 z + 1)^{\frac{1}{2}} - 1 \right)] \quad (26)$$

Dla małych z powyższe wyrażenie można rozwinąć i uzyskamy:

$$d_L \cong \frac{1}{H_0} \left[z + \frac{1}{2} (1 - q_0) z^2 + \dots \right] \quad (27)$$

Dla małych z (obiekty bliskie), zależność powyższa jest zależnością liniową, a miarą odstępstwa od tej relacji jest parametr q_0 . Niestety wyznaczenie tego odstępstwa od liniowego prawa Hubble'a okazało się rzeczą niezwykle trudną z uwagi na to, że nie znamy dokładnie efektów ewolucyjnych galaktyk. Zakrzywienie diagramu $m(\log z)$ wynika z tempa ewolucji galaktyk, stąd diagram jest nieczuły na pomiar q_0 .

Do tego projektu powrócono stosunkowo niedawno, lecz diagramu Hubble'a już nie konstruowano z użyciem galaktyk, ale dla jednych z najjaśniejszych obiektów we Wszechświecie - gwiazd supernowych typu SNIa. W ich przypadku efekty ewolucyjne nie zaciemniają już obrazu, a co więcej, są one tzw. świecami standardowymi, a więc są doskonałe do wyznaczania odległości.

W kosmologii (a dokładnie mówiąc, kosmologii opierającej się na pomiarach kinematycznych - Weinberg) istnieje wiele sposobów określania odległości między dwoma punktami [Hogg, 1999]. Tzw. stała Hubble'a H_0 jest stałym współczynnikiem proporcjonalności w prawie Hubble'a, określającej względną prędkość ucieczki galaktyk odległych w $v = H_0 d$.

Wielkość H_0 zwykło się zapisywać: $H_0 = 100 h \text{ km}^{-1} \text{ Mps}^{-1}$, gdzie h jest tutaj bezwymiarowym parametrem, który „parametryzuje” naszą niewiedzę co do jej wartości (zakłada się dzisiaj, że $0.65 < h < 0.7$). Odwrotność stałej Hubble'a jest tzw. *czasem Hubblovskim*: $t_H \equiv \frac{1}{H} = 9,78 \times 10^9 h^{-1} \text{ lat}$. . Zatem za pomocą H_0 możemy podać górne ograniczenie na wiek Wszechświata $t_0 < \frac{1}{H_0} = t_H$. Przyjmując $h = 0.7$ dostaniemy $t_0 < 14$ mld lat.

W latach 1998 - 1999 intensywnie przystąpiono do wyznaczania parametru q_0 i okazało się, że Wszechświat przyspiesza ($q_0 < 0$). Badania przeprowadzały dwa konkurujące zespoły obserwatorów Supernova Cosmology Project (SCP) oraz High-Z Supernova Search Team (HZT). Pierwszą grupą kierował Perlmutter [Perlmutter, 1997], druga kierowana przez Riessa [Riess, 1988]. W badaniach wykorzystano około 100 supernowych, wśród których około 50 posiadało redshifty do $z = 0.4$. Obie grupy wykorzystywały zależność między odległością jasnościową a *redshiftem*, która dla modelu płaskiego przyjmuje niezwykle prostą postać:

$$d_L(z) = (1 + z) \int_0^z \frac{dz'}{H(z')}$$

gdzie:

$$\frac{da}{dt}(z) = H_0 [(\Omega_{m,0}(1+z)^3 + \Omega_{\Lambda,0})]^{1/2}, \quad (28)$$

gdzie: $\Omega_{\Lambda,0} = 1 - \Omega_{m,0}$.

Powyższe równanie jest podstawowym równaniem różniczkowym opisującym ewolucję wszechświata: jest to równanie pierwszego rzędu na funkcję czynnika skali albo redshift funkcji czasu kosmologicznego. Różne ewolucję uzyskamy dla różnych wartości parametrów modelu (parametrów gęstości) oraz różnej krzywiznie. Możliwe ewolucje mogą być kilku typów:

- 1) modele startujące z osobliwosci początkowej $a = 0$, następnie czynnik skali osiąga maksymalne rozmiary i kurczy się do powtórnej osobliwosci – modele te nazywa się oscylacyjnymi;
- 2) modele wszechświatów kurczących się do osiągnięcia minimalnych rozmiarów, a następnie ekspandujące do nieskończoności – modele te nazywa się modelami z odbiciem (bouncem);
- 3) modele ekspandujące od osobliwosci początkowej do statycznego Wszechświata Einsteina;
- 4) modele bez osobliwosci początkowej startujące z Wszechświata Einsteina i ewoluujące do nieskończoności, oraz
- 5) modele startujące z osobliwosci początkowej i ewoluujące do nieskończoności, gdzie wybiegają na deSitterowską asymptotykę, na której czynnik skali jest eksponencjalną funkcją czasu.

Obecne obserwacje astronomiczne wyraźnie faworyzują ostatni typ ewolucji Wszechświata osobliwego, dla którego atraktorem jest rozwiązanie de-Sittera. Wszystkie modele ewoluujące do nieskończoności posiadają w przyszłości asymptotykę deSitterowską. Również uniwersalne jest zachowanie rozwiązań w otoczeniu osobliwosci początkowej, gdzie efekty materii, stałej kosmologicznej i krzywizny są zaniedbywalne. W tym przypadku ewolucja jest aproksymowana przez model CDM. Z kolei rozwiązania oscylacyjne mogą tak samo jak rozwiązania z odbiciem pojawić się jedynie dla dodatniej krzywizny. Model naszego Wszechświata jest dwufazowy i jego ewolucja składa się z fazy dominacji materii (i wtedy on deceleruje) oraz fazy akceleracji.

Jest to model który jest niezwykle prosty bo zawiera jedynie dwa swobodne parametry, H_0 oraz parametr gęstości dla materii. Pozostaje rzeczą ogromnie zadziwiającą, że tak prosty model kosmologiczny, tj. model SMK dobrze opisuje własności obserwowalnego Wszechświata. Są postulowane inne formy ciemnej materii poza koncepcją stałej kosmologicznej, ale to właśnie ona jest najlepszym w świetle danych opisem efektywnym realnego Wszechświata. SMK pozostaje najlepszym opisem, ale tylko efektywnym ponieważ nie wiemy jaką realność fizyczną opisuje człon kosmologiczny. Próby powiązania go z energią próżni kwantowej napotyka na najbardziej niewiarygodną rozbieżność znaną w historii fizyki rzędu 10^{50} [Cohn, 1998].

Do prawdziwego sukcesu przyczyniło się połączenie obserwacji odległych supernowych z obserwacjami anizotropii promieniowania relikowego dokonanych przez satelitę WMAP. Kombinowana analiza statystyczna z wykorzystaniem supernowych, niezależnych dynamicznych (ekstragalaktycznych) pomiarów parametru gęstości dla materii $\Omega_{m,0}$ oraz obserwacji promieniowania relikowego przez satelitę WMAPa doprowadziła do estymacji parametrów kosmologicznych [Komatsu, 2008]:

$$\begin{aligned} t_0 &= 13,72 \pm 0,12 \text{ mld lat } \textit{wiek Wszechświata} \\ H_0 &= 70,05 \pm 1,3 \frac{\text{km}}{\text{s Mpc}} \textit{wartość parametru Hubble'a} \\ n_s &= 0.96 \pm 0.013 \textit{indeks widmowy} \end{aligned}$$

$$\Omega_{\Lambda,0} = 0.726 \pm 0.0015$$

$$\Omega_b = 0.0456 \pm 0.0015 \text{ parametr gęstości dla materii barionowej}$$

$$-0.0179 < \Omega_k < 0.0081 \text{ parametr gęstości dla krzywizny}$$

$$z_{rej} = 10.9 \pm 1.4 \text{ redshift odpowiadający epoce rejonizacji}$$

$$\tau = 0,084 \pm 0.016 \text{ grubość optyczna}$$

$$\text{Totalna masa neutrin} < 0,67$$

$$\text{Efektywna liczba neutrin} = 4,4 \pm 1,5$$

$$r = 0,22 \text{ stosunek modów tensorowych do modów skalarnych.}$$

Można powiedzieć, że stała kosmologiczna Λ pojawia się jako „deficyt” materii, gdy $\Omega_{k,0} \cong 0$ (Wszechświat jest bliski płaskiemu z pomiarów promieniowania relikowego). Pojawia się jako pewien pożądany człon w równaniach dynamiki, któremu trudno nadać naturalną interpretację fizyczną.

Dokonajmy teraz klasyfikacji możliwych ścieżek ewolucyjnych modeli Λ CDM. Dla ogólności rozważań uczynimy to dla przypadku niezerowej krzywizny (parametru gęstości). Wszystkie powyżej wymienione własności mogą być w prosty sposób wydedukowane z diagramów, które uzyskamy z bardzo prostej analizy podstawowego równania na wielkość H^2 jako funkcji powiedzmy czynnika skali a . Ponieważ ta wielkość jest zawsze nieujemna więc w przestrzeni konfiguracyjnej (a jest nieujemne) wytyczy nam pewien obszar, który jest obszarem dopuszczalnym dla ewolucji układu. Znajdźmy ten obszar wcześniej, podstawiając z definicji

$H = \frac{da}{dt}$ i reparametryzując czas t według relacji $|H_0|dt = d\tau$, otrzymamy:

$$\left(\frac{da}{d\tau}\right)^2 = \Omega_{m,0}a^{-1} + \Omega_{k,0} + \Omega_{\Lambda}a^2 \quad (29)$$

Wyrażenie po prawej stronie jest oczywiście nieujemne co narzuca ograniczenia na prawą stronę (też będzie nieujemna). Z tego warunku tego wyliczamy Ω_{Λ} i dostajemy, że

$$\Omega_{\Lambda} \geq \frac{-\Omega_{k,0} - \Omega_{m,0}a^{-1}}{a^2} \quad (30)$$

Metoda klasyfikacji ścieżek ewolucyjnych polega na narysowaniu krzywej brzegowej na płaszczyźnie Ω_{Λ} funkcji a , wykluczeniu obszaru, w którym ewolucja jest wykluczona i następnie rozważeniu poziomicy $\Omega_{\Lambda} = const$. Poniższe wykresy ilustrują tę klasyfikację dla trzech różnych przypadków krzywizny.

O tym, który z modeli opisuje nasz Wszechświat, możemy się dowiedzieć tylko konfrontując model z dostępnymi danymi obserwacyjnymi. Taka procedura nazywa się testowaniem modeli kosmologicznych. Modele możemy też porównywać stosując bayesowskie modele selekcji [Kurek i inni, 2009]. W ten sposób uzyskujemy odpowiedź na pytanie który z modeli jest najlepszy w świetle danych [Szydłowski, Kurek, Krawiec, 2006].

W przypadku płaskiego modelu Λ CDM można podać explicite jawną postać zależności czynnika skali od czasu kosmologicznego dla modeli z osobliwością początkową, tj. z warunkiem początkowym $a(0)=0$. Wystarczy w wyjściowych równaniach Friedmana (pierwszego rzędu) dokonać podstawienia $a^3 = x^2$ i ustalić równania na zmienną $x(t)$. W tej nowej zmiennej układ można wyciąkać i powracając do oryginalnego czynnika skali uzyskujemy

$$a(t) = A^{\frac{1}{3}} \left[\sinh \frac{t}{t_{\Lambda}} \right]^{\frac{2}{3}}, \text{ gdzie } A = \frac{\Omega_{m,0}}{\Omega_{\Lambda}} \quad (31)$$

Wiek Wszechświata można obliczyć wstawiając do powyższego równania $a(t_0) = 1$, gdzie t_0 oznacza chwilę obecną. Po elementarnych przekształceniach uzyskujemy, że wiek obecnego Wszechświata t_0 jest: $t_0 = t_{\Lambda} \operatorname{arctanh} \sqrt{\Omega_{\Lambda}}$, gdzie $t_{\Lambda} = \frac{2}{\sqrt{3\Lambda}}$

Wstawiając do tego wyrażenia typowe wartości $t_0 = 1,5 \times 10^{10} \text{ lat}$, $\Omega_\Lambda = 0,7$, dostajemy $A = 0,43$, $t_\Lambda = 12,5 \times 10^9$.

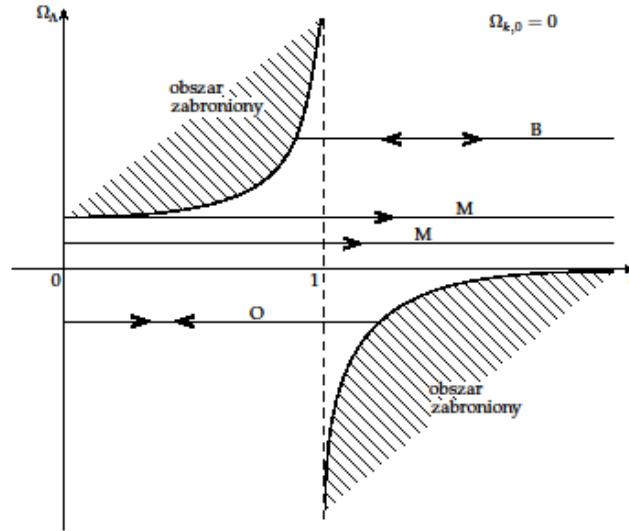
Dokonajmy klasyfikacji możliwych ścieżek ewolucyjnych modelu Λ CDM. W przestrzeni konfiguracyjnej $\{a: a \geq 0\}$ ewolucja układu odbywa się w obszarze z brzegiem:

$$\Omega_{m,0}a^{-1} + \Omega_{k,0} + \Omega_{\Lambda,0}a^2 = 0. \quad (32)$$

Uwzględniając więc $\Omega_{m,0} + \Omega_{k,0} + \Omega_{\Lambda,0} = 1$, możemy równanie brzegu napisać w postaci:

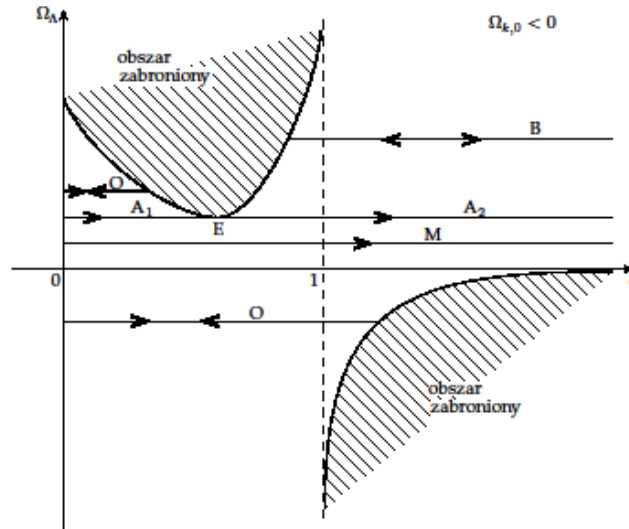
$$\Omega_\Lambda = \frac{\Omega_{k,0}(a-1) + 1}{(1-a^3)}.$$

Klasyfikacji dokonamy na płaszczyźnie (Ω_Λ, a) , dla modeli zamkniętych $\Omega_{k,0} < 0$, płaskich $\Omega_{k,0} = 0$ oraz otwartych $\Omega_{k,0} > 0$, rozważając poziomice $\Omega_\Lambda = \text{const}$ (obszar zakreskowany na diagramach jest zabroniony dla ruchu).



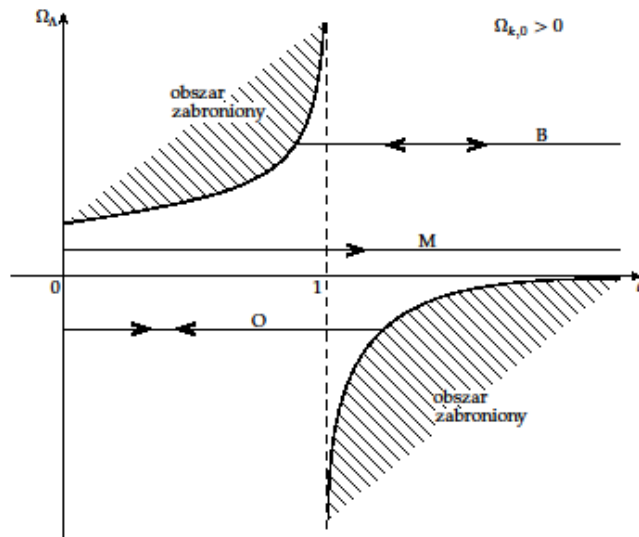
Rys. 1. Klasyfikacja modeli płaskich Λ CDM.

Dla dodatniej Λ dopuszczalne są rozwiązania z odbiciem, bądź rozwiązania monotoniczne opisywane przez realację (31). Można podać, analogicznie dla rozwiązania (31), rozwiązanie z warunków początkowych $a(0) = a_0 \neq 0$. Wtedy w (31) zamiast \sinh mamy \cosh . Obszar $a \leq 0$ i zakreskowany ($H^2 < 0$) są zabronione. Dla $\Lambda < 0$ dopuszczalne są rozwiązania oscylacyjne.



Rys. 2. Klasyfikacja modeli zamkniętych.

W porównaniu z przypadkiem płaskim pojawiają się nowe typy ewolucji. Minimum zależności $\Omega_\Lambda(a)$ odpowiada statycznemu wszechświatowi Einsteina. Dwie nowe ewolucje, to model asymptotycznie dążący z osiowości dla wszechświata Einsteina oraz model asymptotyczny, startujący z wszechświata Einsteina do nieskończoności. Pojawiają się również rozwiązania oscylacyjne.



Rys. 3. Klasyfikacja modeli otwartych.

Mamy trzy typy ewolucji:

- 1) modele z *bouncem* (B),
- 2) modele monotoniczne μ (dla dodatniej Λ) oraz
- 3) modele oscylacyjne dla ujemnej Λ .

Literatura:

- D. M. Bailer-Jones (2003)**, *When scientific models represent*, Inter. Stud. Phil. Sci., 17 1, s. 59–74.
- C. Barcelo, S. Liberati, i M. Visser (2005)**, *Analogue gravity*, Living Rev. Rel., 8, s. 12.
- N. Cartwright (1983)**, *How the Laws of Physics Lie*, Oxford University Press, Oxford.
- N. Cartwright (1997)**, *Models: The blueprints for laws*, Phil. Sci., 64, s. 292–303.
- J. D. Cohn (1998)**, *Living with Lambda*, Astrophys. J. Suppl. 259, s. 213.
- A. S. Eddington (2006)**, *Czy wszechświat się rozszerza?*, WUW, Warszawa.
- G. F. R. Ellis i T. Buchert (2005)**, *The universe seen at different scales*, Phys. Lett., A347, s. 38–46.
- B. van Fraassen (1989)**, *Laws and Symmetry*, Clarendon Press, Oxford.
- R. Giere (1988)**, *Explaining Science: A Cognitive Approach*, University of Chicago Press, Chicago.
- J. Golbiak (2007)**, *Początek świata w kosmologii kwantowej*, praca doktorska, KUL Lublin.
- A. Grobler (2006)**, *Metodologia nauk*, Aureus, ZNAK, Krakow.
- Z. Hajduk (1972)**, *Pojęcie i funkcja modelu*, Roczniki Filozoficzne, 20 3, s. 77–124.
- S. Hartmann (2008)**, *Modeling in philosophy of science*, w: Representation, Evidence, and Justification: Themes from Suppes (Lauener Library of Analytical Philosophy; vol. 1), M. Frauchiger i W. K. Essler, eds., Frankfurt: ontos Verlag, Frankfurt.
- D. W. Hogg (1999)**, *Distance measures in cosmology*, [arXiv:9905116].
- Ł. Kukier, M. Szydlowski, P. Tambor (2009)**, *Kryterium Akaike: prostota w języku statystyki*, Roczniki Filozoficzne 57, s. 97-126.
- E. Komatsu et al. (2009)**, *Five-year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) observations: cosmological interpretation*, Astrophys. J. Suppl., 180, s. 330–376.
- A. Kurek, Ł. Kukier, M. Szydlowski, P. Tambor (2009)**, *Wstęp do bayesowskiej metodologii współczesnej kosmologii*, Zagadnienia Filozoficzne w Nauce 45, s. 62-96.
- A. Kurek i M. Szydlowski (2007)**, *Chasing Lambda*, Nuovo Cim., 122B, s. 1359–1364.
- A. Kurek i M. Szydlowski (2008)**, *The LambdaCDM model on the lead – a Bayesian cosmological models comparison*, Astrophys. J., 675, s. 1–7.
- V. Lukash (2007)**, *Cosmological model: from initial conditions to structure formation*, Nuovo Cim., 122B, s. 1411–1422.
- M. Morrison (1998)**, *Modeling nature: Between physics and the physical world*, Philosophia Naturalis, 54, s. 65–85.
- M. Morrison (2006)**, *Approximating the real: The role of idealizations in physical theory” w: Idealization xii: Correcting the model, idealization and abstraction in the sciences*, Poznań Studies in the Philosophy of the Sciences and the Humanities, 86, s. 145–172.
- E. Nagel (1961)**, *The Structure of science*, Hackett Publishing Company, Incorporated, New York.
- I. Niiniluoto (1986)**, *Theories, approximations, idealizations*, w: Logic, Methodology and Philosophy of Science; vol. 7, R. B. Marcus, G. J. W. Dorn, i P. Weingartner, eds., North-Holland, Amsterdam, s. 255–289.
- T. Padmanabhan (2008)**, *Emergent gravity and Dark energy*, [arXiv 0802.1798].
- S. Perlmutter et al. (1998)**, *Discovery of a supernova explosion at half the age of the universe and its cosmological implications*, Nature, 391, s. 51–54.
- A. G. Riess et al. (1998)**, *Observational evidence from supernovae for an accelerating universe and a cosmological constant*, Astron. J., 116, s. 1009–1038.
- M. Redhead (1980)**, *Models in physics*, Brit. J. Phil. Sci., 31 2, s. 145–163.
- V. Sahni (2004)**, *Dark matter and dark energy*, Lect. Notes Phys., 653, s. 141–180.
- S. R. Smith (2001)**, *Models and the unity of classical physics: Nancy Cartwright’s dappled world*, Phil. Sci., 68, s. 456–475.
- L. M. Sokolowski (2006)**, *Teorie efektywne i emergencja fizycznego obrazu świata*, w: Struktura i emergencja, M. Heller i J. Mączka, eds., Biblos, Tarnów, s. 121–139.
- D. N. Spergel et al. (2003)**, *First year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) observations: Determination of cosmological parameters*, Astrophys. J. Suppl., 148, s. 175.
- F. Suppe (1989)**, *The Semantic Conception of Theories and Scientific Realism*, University of Illinois Press, Chicago.
- P. Suppes (1967)**, *Set-Theoretical Structures in Science*, Stanford.
- M. Szydlowski (1997)**, *Czy Wszechświat jest prostym układem dynamicznym o złożonym zachowaniu?*, RF KUL, 45 (3), s. 49 – 73.
- M. Szydlowski (2005)**, *Ciemna energia problemem kosmologii XXI wieku*, RF KUL 53, s. 217 - 235.

- M. Szydlowski, A. Krawiec (2004)**, Promieniowanie reliktowe podpisem topologii Wszechświata, RF KUL 52, s. 43 - 91.
- M. Szydlowski, A. Kurek, i A. Krawiec (2006)**, *Top ten accelerating cosmological models*, Phys. Lett., B642, s. 171–178.
- M. Szydlowski, J. Golbiak (2006)**, Filozoficzny wybór między zasadą inderferentyzmu a zasadą szczególnego dostrojenia, RF KUL, 54, s. 231 - 253.
- M. Tegmark (2008)**, *The Mathematical Universe*, Found. Phys., 38, s. 101–150.
- M. Trodden, S. Carrol (2004)**, TASI Lectures: introduction to Cosmology, [astro-ph/0401547].
- R. Trotta (2008)**, *Bayes in the sky: Bayesian inference and model selection in cosmology*, Contemp. Phys. 49, 71-104.
- M. Visser i S. Weinfurtner (2007)**, *Analogue spacetimes: Toy models for 'quantum gravity'*, PoS, QG-PH, s. 042.
- S. Weinberg (2008)**, *Cosmology*, Oxford University Press, New York.
- P. Zeidler (2007)**, *Modele teoretyczne jako narzędzia badawcze nauk empirycznych*, Wykład na Ogólnopolskim Interdyscyplinarnym Seminarium Naukowym z Filozofii Przyrody i Nauk Przyrodniczych, KUL Lublin (15 luty 2007).

Marek Szydlowski