PRZESZŁOŚĆ I PRZYSZŁOŚĆ KOSMOLOGII DYSSYPATYWNEJ

Marek Szydłowski
Międzynarodowe Centrum Układów Złożonych i Kwantowych im. Marka Kaca IF UJ
Jacek Golbiak
Katedra Fizyki, Wydział Filozofii KUL

STRESZCZENIE

W pracy dyskutujemy kontekst odkrycia kosmologii Friedmanna z dyssypacją autorstwa M. Hellera i jego współpracowników Z. Klimka i L. Suszyckiego. Podkreślamy, że było to ważne teoretyczne odkrycie otwierające dyskusję problemu uniknięcia osobliwości początkowej i innych trudności kosmologii relatywistycznej (np. problemu horyzontu), na gruncie bardziej realistycznych modeli kosmologicznych z „tarciem". W pracy jest sformułowane twierdzenie, które pozwala uzyskać rozwiązanie kosmologiczne ze stałą dyssypacją, o ile znamy rozwiązanie dla klasycznej kosmologii bez dyssypacji. W pracy odnajdujemy współczesny kontekst dla modeli lepkich – modele z ciemną energią w postaci cieczy Czapłygina. Pokazujemy, że modele z lepkością są pierwszą próbą unifikacji ciemnej materii i ciemnej energii i stąd znajdujemy ograniczenia na parametry kosmologiczne modeli lepkich. Wykazujemy również, że tak jak niegdyś modele lepkie usuwały osobliwość początkową w przeszłości (Big Bang), tak dzisiaj mogą posłużyć do usunięcia osobliwości typu *big – rip* w przyszłości.

1. WSTĘP – PRZESZŁOŚĆ MODELI LEPKICH

Gdyby przeprowadzić statystykę - jakiemu teoretycznemu zagadnieniu w kosmologii, które dyskutowano w Polsce poświęcono w przeszłości najwięcej prac - to zapewne okazałoby się, że była to kosmologia lepka rozwijana w środowisku krakowskim oraz kosmologia ze spinem w środowisku warszawskim. Obydwa podejścia pokazywały teoretyczną możliwość uniknięcia początkowej osobliwości w modelach o symetrii Robertsona – Walkera. Oczywiście wskazywały one na różne elementy, lecz zawsze proponowały bardziej realistyczny opis, tarcie lepkie, bądź spin czasoprzestrzeni [1]. Historycznie pierwszą pracą poświęconą lepkości w modelach Friedmanna (tzw. lepkości objętościowej), która ukazała się w czasopiśmie o zasięgu międzynarodowym była wspólna praca M. Hellera, Z. Klimka, L. Suszyckiego [2]. W niewielkim odstępie czasowym pojawiła się praca G. L. Murphy'ego [3], która również zwracała uwagę na rolę efektów lepkich w kosmologii. Z czasem ta ostatnia praca była bardziej cytowana, ponieważ ukazała się w bardziej prestiżowym czasopiśmie, jakkolwiek praca M. Hellera i innych posiada już ponad 50 cytowań w Science Citation Index (w pracach wydrukowanych). Obie te prace poprzedza praca Z. Klimka opublikowana w Postępach Astronomii [4]. Niestety praca Z. Klimka, która ukazała się w języku polskim i referowała wyniki jego pracy magisterskiej, nie mogła być dostrzeżona przez szerszą społeczność naukową. Za tym wszystkim stoi również pomysłodawca i promotor wzmiankowanej pracy magisterskiej - prof. Andrzej Staruszkiewicz, który zwrócił uwagę na to, iż efekty lepkie mogłyby usunąć osobliwość kosmologiczną, podobnie jak ma to miejsce w hydrodynamice.

Później kosmologia z lepkością była rozwijana w środowisku krakowskim przez bardzo wielu kosmologów. Powstały dwa doktoraty teoretyczne A. Woszczyny i M. Ostrowskiego, w których autorzy podchodzili do tego zagadnienia bardziej od strony fizycznej. Dalsze badania lepkości w modelach Friedmanna były prowadzone w dwóch kierunkach:

1. badanie dynamicznych efektów lepkości objętościowej w modelach kosmologicznych oraz
2. budowanie teorii lepkości objętościowej opisywanej fenomenologicznie przy pomocy poprawki do ciśnienia proporcjonalnej do funkcji Hubble'a.

W badaniach prowadzonych w ramach pierwszego kierunku zostały zaadoptowane metody jakościowej teorii równań różniczkowych dla dyskusji różnorodności ścieżek ewolucyjnych dla różnych warunków początkowych [5]. W tym kontekście pojawiła się fenomenologiczna parametryzacja efektów lepkich [5] poprzez wprowadzenie efektywnego ciśnienia

$$p_{eff} = p - 3\xi(\rho)H \,, \text{ gdzie } \xi(\rho) \sim \rho^m \,, \; m = const. \tag{1}$$

w którym współczynnik lepkości jest parametryzowany przez gęstość energii ρ.

We wczesnych pracach poświęconych zagadnieniu lepkości w środowisku krakowskim koncentrowano uwagę głównie na przypadku stałego współczynnika lepkości: $m = 0$. Głównym wynikiem, który udało się uzyskać z badań jakościowych i numerycznych była teoretyczna możliwość uniknięcia osobliwości poprzez efekty stałej lepkości [6], [7], [8]. Wyniki tych prac zostały przedstawione na zjeździe Międzynarodowej Unii Astronomicznej, który odbył się w Krakowie w 1973 r. [9].

Równolegle do badań teoretycznych w kosmologii lepkiej, które zmierzały do pokazania mocy wyjaśniającej prowadzone były badania nad fizycznymi mechanizmami lepkości opisywanej dotychczas na poziomie czysto fenomenologicznym. Zauważono również, że efekty lepkie mogą modelować w sposób fenomenologiczny procesy kwantowej kreacji cząstek [10], [11]. Pojawiło się rozumienie lepkości objętościowej jako makroskopowego, fenomenologicznego efektu mikroskopowego tarcia pojawiającego się w mieszaninach fluidów [12], [13]. Skonstruowano nowe teorie lepkości C. Eckharta gdzie ciśnienie lepkie jest proporcjonalne do funkcji Hubble'a [14], zwane teoriami W. Israela i J. Stewarta [15],[16]. Na bazie teorii zwanej obciętą teorią Israela – Stewarta możliwe jest opisanie w sposób fenomenologiczny lepkości kauzalnej (ponieważ prędkość dźwięku w ośrodku lepkim może w ogólnym przypadku przekroczyć prędkość światła, czy też może być zespolona $c_s^2 = \frac{dp_{eff}}{d\rho}$. Dla pyłu $p = 0,\ c_s^2 = (-)\frac{d}{d\rho}\left(\alpha\rho^m H\right),\ c = 1$ w przyjętym układzie jednostek). (por. [17]) W tym podejściu "poprawka lepka" do ciśnienia efektywnego spełnia równanie: $\sigma + \tau\dot{\sigma} = -3\xi H$, gdzie $p_{eff} = p + \sigma$ i $\tau = const.$ jest tzw. czasem relaksacji $(\tau > 0)$, $|\sigma| \ll p$.

Od momentu odkrycia możliwości opisu lepkości w taki sposób, aby nie naruszyć warunków kauzalności datuje się ożywienie tej tematyki [18], [19], [20]. Należy jeszcze wspomnieć o epizodzie ponownego odkrycia lepkości w kontekście opisu inflacji przez Barrowa i jego współpracowników. W pracach Barrowa [21], [22], [23] prace Hellera i innych nie są cytowane, chociaż autor dostrzega w nich to, co już wcześniej zauważone zostało, że efekty lepkości mogą prowadzić do deSitterowskiej fazy ewolucji będącej globalnym atraktorem w przyszłości. Gdy Barrow dyskutuje pojawiającą się możliwość uniknięcia osobliwości, cytuje pracę Murphy'ego ([21], str.337). Zwróćmy uwagę, że prace Barrowa stały się znane, ponieważ po pierwsze nadały problematyce lepkości współczesną interpretację oraz nawiązały do aktualnych zagadnień dyskutowanych w kosmologii (inflacja). W następnym paragrafie pokażemy, że można to również uczynić dzisiaj – włączyć kosmologię lepką do dyskusji zagadnienia obserwowalnej akceleracji Wszechświata.

2. LEPKOŚĆ A PROBLEM AKCELERACJI WSZECHŚWIATA

Trudno zaprzeczyć, że wyjaśnienie obserwowalnej akceleracji Wszechświata staje się aktualnie wyzwaniem dla każdego fizyka teoretyka. Równania Friedmanna, na których bazuje kosmologia lepka opierają się na dwóch podstawowych równaniach na jedną funkcję zwaną czynnikiem skali *a(t)*:

$$\frac{\ddot{a}}{a} = \left(-\frac{1}{6}\right)\left(\rho + 3p_{eff}\right) \tag{2}$$

$$\dot{\rho} = -3H\left(\rho + p_{eff}\right) \tag{3}$$

gdzie kropka oznacza różniczkowanie po czasie; $p_{eff} = w\rho - 3\xi(\rho)H$, *w=const.* jest ciśnieniem efektywnym, które uwzględnia efekty lepkości objętościowej, poprzez obecność w nim członu z ujemnym ciśnieniem $-3\xi(\rho)H$. Pierwsze z powyższych równań jest zwane równaniem akceleracji. Zauważmy, że gdy jest złamany silny warunek energetyczny, tzn. $\rho + 3p_{eff} \langle 0$, wtedy ten rodzaj materii będzie prowadził do przyspieszonej ekspansji Wszechświata. Ten rodzaj materii – energii nazywa się ciemną energią. Ciemna energia jest to hipotetyczny rodzaj materii, który tłumaczy, obserwowalne przez odległe supernowe typu *Ia*, tempo jego akceleracji [24], [25]. Oczywiście, że dodatnia stała kosmologiczna wydaje się narzucającym się kandydatem na ciemną energię (jej uwzględnienie jest równoważne wprowadzeniu poprawek do ciśnienia efektywnego: $p = -\Lambda$ i gęstości efektywnej: $\rho = \Lambda$). Problem jednak w tym, że jej wartość, wyznaczona na podstawie obserwacji supernowych, jest ponad 100 rzędów wielkości mniejsza niż Λ związana z energią próżni. To szczególne dopasowanie jest jednym z powodów poszukiwania alternatywnych sposobów opisu ciemnej energii [26].

Przyjrzyjmy się w tym kontekście modelom lepkim. Dla prostoty załóżmy, że mamy do czynienia z Wszechświatem płaskim, co się zgadza z ostatnimi obserwacjami satelity *WMAPa* [27][1]. Wtedy wyjściowe równania (2) i (3) posiadają treść wyrażoną w pojedynczym równaniu:

$$\rho = 3H^2 = 3\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 \tag{4}$$

gdzie *H* jest funkcją Hubble'a opisującą tempo ekspansji Wszechświata. Załóżmy, że standardowa materia wypełniająca Wszechświat, to materia opisywana równaniem stanu dla pyłu

[1] Z obserwacji satelity *WMAPa* wynika, że Wszechświat jest bliski płaskiemu ze wskazaniem na model zamknięty

$p=0$, co oznacza, że z czynnikiem skali gęstość materii skaluje się jak a^{-3}. Czyli równanie stanu dla ciśnienia efektywnego jest:

$$p_{eff} = 0 - 3\alpha\rho^{m} H = -\frac{A}{\rho^{-m-\frac{1}{2}}} \tag{5}$$

gdzie A jest dodatnią stałą; $-\left(m+\frac{1}{2}\right)$ nazywamy α.

Równanie stanu (5) jest znane w literaturze jako równanie stanu dla uogólnionej cieczy Czapłygina [28]. Dla przypadku $\alpha = 1$ równanie to było po raz pierwszy użyte przez rosyjskiego fizyka Czapłygina w opisie aerodynamicznych procesów adiabatycznych – a więc podobnie jak lepkość w zupełnie innym kontekście. Naiwne spojrzenie na (5) może sugerować, że z równaniem (5) jest coś nie tak, ponieważ gdy ρ dąży do zera, wtedy ciśnienie dąży do minus nieskończoności. Założenie aprioryczne, że ρ dąży do zera jest błędne, ponieważ o zależności $\rho(a)$ dowiemy się dopiero wtedy, gdy wstawimy (5) do (3), które następnie wycałkujemy. Wtedy otrzymamy niezwykle interesującą zależność:

$$\rho(a) = \left(A + \frac{B}{a^{3(1+\alpha)}}\right)^{\frac{1}{1+\alpha}} \tag{6}$$

gdzie A, B są dowolnymi stałymi (stała A jest stałą dodatnią gdy $p = w\rho$ i $w > -1$). Wygodnie będzie zapisać $A = A_S$, $B = 1 - A_S$ i przed ρ wstawić ρ_0. Zwróćmy uwagę na to, że gdy a rośnie do nieskończoności (tzn. czynnik skali $a \gg a_0$ dzisiejszej wartości czynnika skali, którą przyjmujemy równą 1) to $\rho(a) = A^{\frac{1}{1+\alpha}} = const.$ jak dla przypadku stałej kosmologicznej. Gdy natomiast $a \ll a_0$ (tzn. znajdujemy się w otoczeniu osobliwości) wtedy $\rho(a) \sim a^{-3}$, jak dla materii pyłowej.

Używając Mathematicae możemy podać jawne rozwiązanie równań Friedmanna $\rho(a) = 3\frac{\dot{a}^2}{a^2}$ w postaci funkcji hipergeometrycznej ${}_2F_1$:

$$a^{3/2}\,{}_2F_1\left[\frac{1}{1-2m}, \frac{1}{1-2m}, \frac{2-2m}{1-2m}, -\frac{A}{B}a^{3\left(\frac{1}{2}-m\right)}\right] = \frac{\sqrt{3}}{2} B^{\frac{1}{1-2m}}\, t$$

Innymi słowy, modele lepkie są interpolacją pomiędzy modelami z materią (w tym ciemną, zimną materią opisywaną równaniem stanu dla pyłu) a stałą kosmologiczną (ciemną energią).

Pojawia się tutaj nowa zaskakująca funkcja unifikująca ciemną materię i ciemną energię, czy też nowa interpretacja dla cieczy Czapłygina. Modele z cieczą Czapłygina są obecnie dyskutowane w kontekście wyjaśnienia obserwowalnej akceleracji Wszechświata [29], [30], [31].

Zależność (6) wygodnie jest przepisać tak, aby występował w niej bezwymiarowy parametr gęstości opisujący udział gęstości ρ w gęstości krytycznej ($\rho_{kr} = 3H_0^2$, H_0 jest obecną wartością funkcji Hubble'a):

$$\Omega_{lepk} = \Omega_{lepk,0} \left(A_S + \frac{1 - A_S}{a^{3\left(\frac{1}{2} - m\right)}} \right)^{\frac{1}{\frac{1}{2} - m}} \tag{7}$$

gdzie $\Omega_{lepk,0}$ jest dzisiejszą (*a = 1*) wartością parametru gęstości dla pyłowego fluidu lepkiego. $\frac{H^2}{H_0^2} = \Omega_{lepk}$, A_S, m są stałymi; $c_{S,0}^2 = \alpha A_S, 1 + \alpha = \frac{1}{2} - m$ (gdy $\alpha<0$ c_S staje się zespolone). Załóżmy, że otrzymana energia ρ i ciśnienie efektywne zostały zrealizowane przez pole skalarne minimalnie sprzężone o gęstości energii $\rho_\phi = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + V(\phi)$ oraz ciśnieniu $p_\phi = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 - V(\phi)$ możemy otrzymać odpowiedni potencjał $V(\phi)$. Elementarne rachunki prowadzą do:

$$\phi(a) = \frac{2}{\sqrt{3}\left(\frac{1}{2} - m\right)} \sinh^{-1}\left\{ \sqrt{\frac{B}{A}} \frac{1}{a^{\frac{3}{2}\left(\frac{1}{2} - m\right)}} \right\}$$

$$V(\phi) = \frac{1}{2} B^{\frac{2}{1-2m}} \cosh^{\frac{4}{1-2m}} \left\{ \frac{\sqrt{3}(1-2m)}{4}\phi \right\} + \frac{1}{2} A^{\frac{2}{1-2m}} \cosh^{-\frac{4}{1-2m}} \left\{ \frac{\sqrt{3}(1-2m)}{4}\phi \right\}$$

$m = -\frac{1}{2}$ odpowiada przypadkowi stałej lepkości. Innymi słowy modelom lepkim są równoważne dynamiczne modele z polem skalarnym z potencjałem $V(\phi)$.

Zależność (7) jest punktem startu dla konfrontacji modelu z ostatnimi obserwacjami supernowych [32]. Staje się to możliwe dzięki (7) oraz związkowi pomiędzy odległością jasnościową $d_L(z)$ oraz funkcją Hubble'a, który dla modelu płaskiego przyjmuje niezwykle prostą postać:

$$\frac{d_L(z)}{1+z} = \int^{z} \frac{dz'}{H(z')} \tag{8}$$

Z danych obserwacyjnych dla supernowych typu *Ia* stosując metodę największej wiarygodności otrzymujemy obszary wiarygodności dla par $\left(\Omega_{lepk,0}, A_S\right)$ stanowiących dwa dodatkowe parametry modelu w porównaniu ze standardowym modelem *ΛCDM*. W oparciu o informacyjne kryteria Bayesowskie (BIC, AIC) [33] możemy dociekać czy obserwacje faworyzują model konserwatywny *ΛCDM*, czy też model dysypatywny z lepkością. To dzięki kontaktowi z obserwacją ostatecznie odpowiadamy na pytanie dotyczące roli efektów lepkich w ewolucji Wszechświata. W tabeli zestawiono wyniki estymacji parametrów modelu pyłowego z lepkością dla ustalonej wartości parametru gęstości materii barionowej $\Omega_{b,0} = 0{,}04$ oraz modelu płaskiego. W tej analizie nie dokonano obcięcia α do wartości dodatnich $\left(m \le -\frac{1}{2}\right)$, ponieważ c_S^2 nie musi być realną prędkością dźwięku. Zwróćmy uwagę na to, że estymowana wartość m jest bliska zeru, co odpowiada przypadkowi stałej lepkości oraz wiek Wszechświata t_0 jest niesprzeczny z obserwacjami gromad kulistych bez użycia członu kosmologicznego.

	α	*M*	H_0	$\Omega_{k,0}$	$\Omega_{b,0}$
(1)	$-0{,}54^{+6,04}_{-0,46}$	0,04	$61{,}8^{33}_{-3,5}$	$0{,}08^{+0,88}_{-1,61}$	0,04
(2)	$0{,}30^{+4,99}_{-0,70}$	- 0,20	$61{,}8^{+2,7}_{-2,8}$	0	0,04

	$\Omega_{visc,0}$	A_S	t_0	q_0	a_{trans}
(1)	$0{,}88^{+1,61}_{-0,88}$	$0{,}95^{+0,05}_{-0,43}$	$14{,}2^{+6,6}_{-2,0}$	$-0{,}61^{+0,78}_{-0,93}$	$0{,}77^{+0,16}_{-0,54}$
(2)	0,96	$0{,}94^{+0,06}_{-0,33}$	$14{,}2^{+7,5}_{-1,7}$	$-0{,}89^{+0,52}_{-0,10}$	$0{,}74^{+0,13}_{-0,49}$

Tabela 1. Wartości estymowanych parametrów modelu niepłaskiego $\Omega_{k,0} \neq 0$ ***(1)*** i płaskiego $\Omega_{k,0} = 0$ ***(2)***, z lepkością oraz materią pyłową i dodatkowo materią barionową skalującą się analogicznie do $\boxed{\rho_b \sim a^{-3}}$. Relacja *H (z)* ma postać:

$$H(z) = H_0\left\{\Omega_{b,0}(1+z)^3 + \left[A_S + (1-A_S)(1+z)^{3(1+\alpha)}\right]^{\frac{1}{1+\alpha}}\Omega_{visc,0} + \Omega_{k,0}(1+z)^2\right\}^{\frac{1}{2}}$$ [34], gdzie:

$H_0 = \left[\frac{km}{Mps \cdot s}\right]$ - dzisiejsza wartość funkcji Hubble'a, A_S - dane jest w jednostkach *c*, $t_0 = \int_\infty^z \frac{dz}{(1+z)H(z)}$ (wiek Wszechświata) - $\times 10^9$ lat, a_{trans} - w jednostkach a=a_0 (dzisiaj) – wartość czynnika skali odpowiadająca chwili zmiany fazy deceleracji na fazę akceleracji, $1+z = \frac{a_0}{a}$, q_0 – parametr deceleracji, $q_0 = \frac{1}{2}\left[\Omega_{m,0} + \Omega_{visc,0}(1-A_S)\right]$. Estymacji parametrów dokonano z danych Riessa 157 supernowych typu *Ia* (tzw. złota próbka Riessa) [24].

3. ZAKOŃCZENIE

W zakończeniu chcielibyśmy zaproponować następujący eksperyment myślowy. Wyobraźmy sobie, że w dzisiejszych czasach żyje Albert Einstein, który staje wobec problemu wyjaśnienia obserwowalnej akceleracji Wszechświata. Wprowadzenie stałej kosmologicznej do równań pola uznał za swoją największą pomyłkę i wyjaśnienie akceleracji poprzez efekty stałej kosmologicznej jest ostatnią rzeczą, która przychodzi mu do głowy. Posiada jednak świadomość, że w przyrodzie obecne są powszechnie zjawiska tarcia i dysypacji. Jako człowiek grający na skrzypcach i używający kalafonii posiada świadomość roli tarcia poślizgowego, którego obecność gwarantuje istnienie drgań samowzbudzonych w strunie wywołanej przez smyczek. Stąd naturalnym jest dla niego opis materialnej zawartości Wszechświata poprzez tensor energii – pędu, w którym obecne są efekty tarcia lepkiego – lepkości objętościowej. Einstein podsuwa Perlmutterowi pomysł dopasowania modelu *FRW* z lepkością do danych obserwacyjnych odległych supernowych typu *Ia*. Perlmutter po pierwsze zauważa, że dane odrzucają model Einsteina – deSittera na poziomie istotności 17σ. Po drugie, dopasuje model lepki do danych obserwacyjnych i stwierdzi, że model ten zgadza się z obserwacjami, co odzwierciedla wartość χ^2. Wartość ta jest informacją na ile model teoretyczny zgadza się z danymi obserwacyjnymi. Einsteina ucieszą te wyniki, ponieważ stała kosmologiczna daje podobną wartość χ^2, ale uznał ją za swoją największą pomyłkę. Problemem kosmologii obserwacyjnej jest fakt, że nieskończenie wiele modeli teoretycznych pozostaje w zgodzie z danymi obserwacyjnymi. Kluczowym zagadnieniem jest wybór odpowiednich modeli. Można to uczynić w oparciu o bayessowskie kryteria selekcji modeli. Jeśli parametr α z parametryzacji byłby dany przez fizykę procesu, wówczas kryteria bayessowskie mówią nam, że model lepki jest lepszy od modelu ze stałą kosmologiczną. Co więcej, faworyzowane wartości współczynnika lepkości są takie, że prędkość dźwięku w ośrodku lepkim jest rzeczywista i nie przekracza prędkości światła *c* ($c_s^2 = -\left(m+\frac{1}{2}\right)A_s$ i $m < -\frac{1}{2}$) i wartość $m = -\frac{3}{2}$ jest faworyzowana przez obserwacje supernowych (wtedy nie ma potrzeby wprowadzania lepkości kauzalnej).

Zwróćmy uwagę na fundamentalną rolę obserwacji, która wyróżniła nam wartości parametru *m* z parametryzacji lepkości inne od tych, które były teoretycznie dyskutowane. Ponieważ kwadrat prędkości dźwięku $c_S^2 = A_S\alpha$ oraz $\alpha<1$ $\left(m \equiv -\frac{1}{2} - \alpha\right)$, to prędkość dźwięku będzie rzeczywista i nie przekroczy prędkości dźwięku jeśli $0 < A_S < 1$. Właśnie taki zakres parametru $0<\alpha<1$ (albo $m \in \left(-\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}\right)$ wyróżniają obserwacje supernowych. Zmienia to w decydujący sposób pogląd na rolę efektów lepkich w scenariuszu ewolucyjnym Wszechświata. Zauważmy, że gdy m należy do przedziału $\left(-\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}\right)$, to efekty lepkości są zaniedbywalne we wczesnym Wszechświecie. Natomiast będą dominować w epoce ciemnej energii, w której manifestują się one poprzez ujemne ciśnienie. Co więcej, w tym przedziale m, c_S jest rzeczywiste. Jeśli z kolei były one zaniedbywalne we wczesnym Wszechświecie, to lepkość nie mogła prowadzić do uniknięcia osobliwości początkowej. Pomiędzy modelami płaskimi z uogólnioną cieczą Czapłygina a modelami lepkimi istnieje jedno – jednoznaczna odpowiedniość i parametr α z równania stanu $\boxed{p = -\frac{A}{\rho^{\alpha}}}$ może być przetłumaczony na parametr m z parametryzacji lepkości w sposób potęgowy $\xi(\rho) \sim \rho^{m}$. Możemy więc mówić, że ciecz Czapłygina posiada interpretację w formie cieczy lepkiej z lepkością objętościową.

Na przykładzie historii modeli lepkich możemy obserwować jak dalece zmieniła swoje oblicze współczesna kosmologia. Początkowo ważne były dla niej takie problemy jak osobliwości i możliwości jej uniknięcia. Nikt nie pytał czy konkretna sytuacja fizyczna jest realizowana przez nasz Wszechświat, ponieważ nie istniały jeszcze metody obserwacyjne, które pozwalałyby na rozstrzyganie tych pytań. Dzisiaj próbujemy zdefiniować prosty (być może naiwny) model Wszechświata powiedzmy z lepkością i przyrodę zapytać o wartości jej parametrów. Ponieważ obserwujemy odległe supernowe (a więc zjawisko obserwacji zaszło) pytamy jakie parametry kosmologiczne powinien posiadać model kosmologiczny. Dopiero wówczas gdy wartości estymowanych parametrów powiedzą, że taka możliwość jest dopuszczalna możemy poszerzyć nasz model o ten dodatkowy parametr. W przeciwnym przypadku, stosując brzytwę Ockhama należy ten parametr uznać za mało istotny. Tabela 1 pokazuje wartości estymowanych parametrów dla modelu lepkiego, który przetłumaczyliśmy na język modeli z cieczą Czapłygina, by następnie skorzystać z istniejących estymacji bayesowskich Colistete i Fabris [34] ogólnie 5 - parametrowego modelu. Dobrą wiadomością dla M. Hellera powinien być zestaw (1) parametrów uzyskany gdy w modelu pięcio-parametrowym ustalimy ilość materii barionowej w jednostkach gęstości krytycznej $\Omega_{b,0} = 0{,}04$. Otrzymujemy w tym przypadku wartości parametru m bliskie zeru, co odpowiada właśnie przypadkowi stałej lepkości rozważanemu przez Hellera, lecz w tym przypadku c_S jest zespolone.

Na przykładzie analizy kontekstu odkrycia modeli lepkich dało się śledzić przemiany jakim uległa kosmologia. Wydaje się, że na naszych oczach dokonuje się rewolucja w kosmologii polegająca na przejściu od rozważań jakościowych do estymowania parametrów kosmologicznych. Ta rewolucja ma na imię Kosmologia Wysokiej Precyzji *(High Precision Cosmology).*

4. APPENDIX

W appendixie jeden z autorów (M. Szydłowski) zawarł jego zdaniem interesujące twierdzenie, które szanowny solenizant może traktować jako prezent urodzinowy. Twierdzenie to powiada, że jeśli znamy rozwiązania dla kosmologii konserwatywnej, to automatycznie możemy skonstruować odpowiednie rozwiązanie dla modelu ze stałą lepkością. Wystarczy zamiast *t* podstawić $e^{\overline{\alpha}t}$, gdzie $\overline{\alpha}$ - współczynnik stałej lepkości objętościowej.

Twierdzenie:

Załóżmy model o symetrii Robertsona – Walkera wypełniony dowolnym fluidem o gęstości ρ parametryzowanej przez czynnik skali *a*, tj. $\rho = \rho(a)$. Załóżmy istnienie stałej lepkości objętościowej w modelu, tj. $p_{eff} = p(a) - \overline{\alpha}H$. Wtedy, jeśli $t = \varphi(a)$ jest rozwiązaniem dla znikającej lepkości, będzie nim również: $e^{\overline{\alpha}t} = \varphi(a)$ w kosmologii ze stałą lepkością $\overline{\alpha}$.

Dowód:

Dowód jest elementarny. Można pokazać, że równanie (2) dla zerowej dyssypacji da się przedstawić w postaci analogicznej do newtonowskich równań ruchu: $\ddot{a} = \frac{\partial V}{\partial a}$, $V(a) = -\frac{\rho_{eff}(a)a^2}{6}$, tzn. ewolucja modelu zostaje zredukowana do problemu ruchu cząstki o jednostkowej masie w dołku potencjału *V(a)*. Innymi słowy, kosmologia zachowawcza jest opisywana przez potencjał *V(a)* taki, że energia $E = \frac{a^2}{2} + V(a) = 0$ jest zachowywana. Stąd otrzymujemy rozwiązania dla przypadku konserwatywnej kosmologii w postaci:

$$t = \varphi(a) = \int_0^a \frac{da'}{\sqrt{-2V(a')}} .$$

Dalej pokazujemy, że rozwiązanie:

$$e^{\overline{\alpha}t} = \int^a \frac{da'}{\sqrt{-2V(a')}}$$

spełnia równanie:

$$\ddot{a} = (-)\frac{\partial V}{\partial a} + \overline{\alpha}\dot{a} ,$$

które jest równaniem (2) dla stałej lepkości oraz materii o gęstości $\rho_{eff} = -\frac{6V}{a^2}$.

W dowodzie nie wykorzystaliśmy żadnych informacji o wypełnieniu materią modelu kosmologicznego. Nie zakładaliśmy również płaskości modelu. Wszystkie rozwiązania dla lepkiej kosmologii można uzyskać algorytmicznie biorąc $\ln\int^{a}\ldots$ z rozwiązania bez lepkości i dzieląc je przez $\overline{\alpha}$. Twierdzenie to dobrze ilustruje sposób unikania osobliwości, poprzez efekty lepkości objętościowej. Jeśli rozwiązanie konserwatywne posiada osobliwość w $t_0=0$, to rozwiązanie lepkie odsuwa tę osobliwość do minus nieskończoności (podobnie jak w koncepcji Milne'a osobliwość jest odsuwana do nieskończoności wg zależności $\tau \sim \ln t$ [36]). Wielkość $(\overline{\alpha})^{-1}$ posiada wymiar czasu – czas charakterystyczny wyznaczony przez procesy lepkie. Twierdzenie powyższe przy założeniu płaskości modelu i wypełnieniu materią pyłową i promieniowaniem zostało sformułowane w pracy M. Szydłowskiego i M. Hellera [37].

Istnieje jeszcze inny współczesny kontekst dla modeli lepkich i realizacji idei unikania osobliwości. Ostatnio zauważono, że w przypadku modeli Friedmanna wypełnionych egzotycznym fluidem (tzw. materią fantomową) o równaniu stanu $p = w\rho$, gdzie $w=const.<-1$, pojawi się nowy generyczny typ osobliwości Wszechświata w przyszłości – tzw. *big rip singularity*. W stanie bliskim osobliwości czynnik skali dąży do nieskończoności, tak samo jak i gęstość energii. Interesujące jest to, że osobliwość ta, polegająca na rozbieżności drugich pochodnych $\ddot{a}$, powiązanych z tensorem krzywizny jest osiągalna w skończonej chwili czasu t_0. Materię, której gęstość energii ρ i ciśnienie p łamią warunek niezmienniczości Lorentza: $\rho + p>0$ nazywa się materią fantomową. Powstałe osobliwości w przyszłości typu *big – rip* można by uważać za egzotykę gdyby nie fakt, że teoria superstrun przewiduje sytuację złamania warunku niezmienniczości Lorentza oraz, że fantomy lepiej od stałej kosmologicznej tłumaczą obecne obserwacje odległych supernowych. Można się zapytać czy zjawisko *big – rip singularity* ma miejsce w kosmologii lepkiej. Gdy $w<-1$, wówczas znak stałej A w zależności (6) dla $\rho(a)$ staje się ujemny, co oznacza, że odpowiednia wielkość, która jest podnoszona do potęgi $1+\alpha$ musi być dodatnia. To z kolei oznacza, że musi być spełniona nierówność

$a^{3(1+\alpha)} \langle \frac{1}{(-A_S)} + 1$, tzn. czynnik skali jest ograniczony z góry stałą większą od jedności. Innymi słowy, osobliwość typu *big – rip* (nie tylko *big-bang*) może być usunięta poprzez efekty lepkości objętościowej. Ciekawe, że istnieje również sposób usunięcia osobliwości poprzez efekty kwantowe, które fenomenologicznie mogłyby być modelowane przez lepkość [35].

BIBLIOGRAFIA

[1] B. Kuchowicz, Acta Cosmologica, **3** (1975) 109.

[2] M. Heller, Z. Klimek, L. Suszycki, Astrophysics Space Science **20** (1973) 205.

[3] G. L. Murphy, Phys. Rev. D, **8** (1973) 4231.

[4] Z. Klimek, Postępy Astronomii, **19** (1971) 165.

[5] V. A. Belinski, E. S. Nikomarov, I. M. Khalatnikov, Zh. Eksp. Teor. Fiz., **77** (1979) 417.

[6] L. Suszycki, Acta Cosmologica **7** (1978) 147.

[7] M. Heller, L. Suszycki, Acta Physica Polonica, B **5** (1974) 345.

[8] Z. Klimek, Acta Cosmologica, **10** (1981) 6.

[9] IAU Symposium, Confrontation of cosmological theories with observational data, ed. D. Riedel, 1974.

[10] Y. B. Zeldovich, Zh. Eksp. Teor. Fiz., **12**, (1970) 443.

[11] J. B. Barrow, Nucl. Phys B., **310** (1988) 743.

[12] N. Udey, W. Israel, Mon. Not. R. Astron. Soc., **199** (1982) 1137.

[13] W. Zimdahl, ibid. **280** (1966) 1239.

[14] C. Eckhart, Phys. Rev., **58** (1937) 919.

[15] W. Israel, Ann. Phys., **100** (1976), 310.

[16] W. Israel, J. M. Stewart, Ann. Phys., **118** (1979) 34.

[17] R. Maartens, Causal Thermodynamics In Relativity, astro-ph/9609119.

[18] A. DiPrisco, L. Herrera, J. Ibanez, Phys. Rev. D **63**, 023501 (2000).

[19] L. P. Chimento, A.S. Jakubi, Lass. Quantum Gravity, **10** (1993) 2047.

[20] L. P. Chimento, A. S. Jakubi, D. Pavon, Class. Quantum Gravity, **16** (1999) 1625.

[21] J. D. Barrow, Phys. Lett. B, **180** (1986) 335.

[22] J. D. Barrow, Phys. Lett. B, **249** (1990) 406.

[23] J. D. Barrow, Phys. Lett. B, **235**, 1990.

[24] A. G. Riess, et al., Astrophys.J., **607** (2004) 665.

[25] S. Perlmutter, G. Aldering, G. Goldhaber, et al., Astrophysical J., **517**, (1999) 565.

[26] M. Szydłowski, Roczniki Filozoficzne KUL , 2006.

[27] P. De Bernardis, P. A. R. Ade, J. J. Bock, et al., Astrophysical J., **564**, (2002) 559.

[28] A. Kamenschik, U. Moschella, V. Pasquier, Phys. Lett. B, **511** (2001) 265.

[29] V. Gorini, A. Kamenshchik, V. Moschella, Phys. Rev. D **67** 063509 (2003).

[30] M. C. Bento, O. Bertolami, A. A. Sen, Phys. Rev. D, **66** 043507 (2002).

[31] M. Szydłowski, W. Czaja, Phys. Rev. D, **69** 023506 (2004).

[32] M. Szydłowski, astro-ph/ 0403305.

[33] W. Godłowski, M. Szydłowski, Phys. Lett. B, **623** (2005) 10.

[34] R. Colistete Jr., J. C. Fabris, Classical Quantum Gravity, **22** (2005) 2813.

[35] S. Nojiri, S. D. Odintsov, Phys. Rev. D, **70** 103522 (2004).

[36] D. Dąbek, Roczniki Filozoficzne, **1** (2004) 163.

[37] M. Szydłowski, M. Heller, Acta Phys. Pol. B, **14** (1983) 571.