Kosmologia współczesna jako efektywna teoria Wszechświata – studium metodologiczne

Marek Szydłowski*
Katedra Fizyki Teoretycznej, Katolicki Uniwersytet Lubelski Jana Pawła II, Al. Racławickie 14, 20-950 Lublin
i Centrum Układów Złożonych, Uniwersytet Jagielloński, Reymonta 4, 30-059 Kraków

Paweł Tambor†
Katedra Fizyki Teoretycznej, Katolicki Uniwersytet Lubelski Jana Pawła II, Al. Racławickie 14, 20-950 Lublin

Streszczenie

Pokazujemy, że kosmologia współczesna posiada cechy efektywnej teorii fizycznej podobnej do standardowego modelu cząstek elementarnych. Obecnie mamy do czynienia z konstytuowaniem się tzw. standardowego modelu kosmologicznego. W pracy pokazujemy cechy charakterystyczne takiego modelu, który jest modelem kosmologicznym o maksymalnej symetrii (jednorodność i izotropowość przestrzenna) wypełnionego materią barionową i ciemną materią oraz ciemną energią (ze stałą kosmologiczną). Model ten jest nazywany modelem LCDM (Lambda – Cold – Dark Matter model) i jest rozwiązaniem klasycznych równań Einsteina z członem kosmologicznym.

Proces wyłonienia się modelu LCDM z modelu CDM można traktować jako proces emergencji epistemologicznej. Wskazujemy na dwa użyteczne pojęcia: bifurkacji i strukturalnej niestabilności, które mogą być użyteczne w konceptualizacji predykatu *nowy*, które służy do opisu pojęcia emergencji standardowego modelu kosmologicznego. Na marginesie naszych rozważań formułujemy koncepcję bifurkacyjnego rozwoju kosmologii w drodze kolejnej bifurkacji jej parametrów. Wówczas przejście od modelu dynamicznego CDM do modelu LCDM posiada charakter bifurkacji typu siodło – węzeł.

1 Wstęp. Ewolucja Wszechświata wyznaczona przez parametry modelu

Ostatnie kilkadziesiąt lat rozwoju kosmologii jest świadectwem jej dramatycznych przemian w kierunku kosmologii rozumianej jako pełnoprawna dyscyplina fizyczna badająca

*e-mail: uoszydlo@cyf-kr.edu.pl
†e-mail: xpt76@poczta.fm

Wszechświat z wykorzystaniem całej znanej nam fizyki. Ten zwrot w swoim rozwoju zawdzięcza ona dostępnym danym obserwacyjnym uzyskiwanym przy pomocy teleskopów i detektorów. Dzięki tym narzędziom (naziemne i pozaziemskie obserwacje satelitarne) astronomowie mogą robić mapy wielkoskalowej struktury Wszechświata i penetrować najwcześniejsze etapy ewolucji Wszechświata. Ta ewolucja jest opisywana przez klasyczną teorię grawitacji Einsteina, ale nacisk kładzie się na badanie procesów fizycznych, które zachodziły i zachodzą w jego ewolucji. Charakterystyczne jest ciągłe poszerzanie bazy empirycznej oraz pełne wykorzystanie całego widma promieniowania elektromagnetycznego. Obserwacje oczywiście są zależne od modelu geometrycznego, lecz zakłada się, że w dużej skali Wszechświat jest jednorodny i izotropowy, co zdecydowanie upraszcza analizę obserwabli kosmologicznych. Ewolucja Wszechświata jest możliwa do opisu w pojęciach równań różniczkowych zwyczajnych (układu dynamicznego). Jest to podyktowane przyjętą idealizacją — zasadą kopernikańską głoszącą, że obraz Wszechświata widziany przez obserwatora fundamentalnego z dowolnego punktu i w dowolnym kierunku jest identyczny. W ten sposób ewolucja Wszechświata staje się zdeterminowana przez prosty układ dynamiczny, w którym pojawiają się pewne parametry, które należy wyznaczyć obserwacyjnie. Zawierają one informacje o warunkach początkowych dla ścieżki ewolucyjnej Wszechświata. W kosmologii warunki początkowe posiadają status praw, ponieważ nie mogą być wzięte z zewnątrz. Stąd dopóki prawa ewolucyjne Wszechświata są sformułowane w postaci równań różniczkowych, musimy w jakiś sposób je zadać, np. z obecnych obserwabli astronomicznych. Przełom w kosmologii współczesnej jest podyktowany przez fakt, że obecne dane astronomiczne stwarzają możliwość ich pomiaru. Trafnie ujmuje to P. Coles [1, s.248]:

> We seem to have established the basic parameters describing the behavior of our expanding Universe, thereby putting cosmology on a firm empirical footing. But the emerging 'standard' model leaves many details of galaxy formation still to be worked out, and new ideas are emerging that challenge the theoretical framework on which the structure of the Big Bang is based. There is still a great deal left to explore in cosmology.

Standardowy Model Kosmologiczny upodabnia się do standardowego modelu cząstek elementarnych, gdzie istnieje kilkaset parametrów w opisie świata cząstek elementarnych. Co więcej, sądzi się, że każda nowa teoria fizyczna (np. teoria superstrun) winna tłumaczyć relacje znane z modelu standardowego [A. Staruszkiewicz, Krakowska Konferencja Metodologiczna 2008]. Standardowy model kosmologiczny jest nazywany modelem LCDM (Lambda – Cold – Dark Matter Model) dla zaznaczenia, że jest to model geometryczny o symetrii przestrzennej (jednorodności i izotropii) wypełniony materią nierelatywistyczną (stąd zimną), na którą składa się materia barionowa (elektrony, protony) oraz tzw. materia ciemna (grawitująca, chociaż nie emitująca fal elektromagnetycznych). Dodatkowo zakłada się, że istnieje niezerowa stała kosmologiczna opisująca tzw. ciemną energię, która jest napędem dla przyśpieszonej ekspansji Wszechświata [2]. Model geometryczny LCDM jest podstawą do wyprowadzenia tzw. obserwabli kosmologicznych (klasycznych testów kosmologicznych), które bazują na analizie rozchodzenia się fotonów w czasoprze-

strzeni modeli kosmologicznych. Testy te należą do obszaru kosmografii i testują jedynie kinematyczny sektor modelu, lecz na tle tego modelu możemy rozważać ewolucję zaburzeń prowadzących do powstawania struktur. Z kolei obserwacje mikrofalowego promieniowania tła przez satelitę WMAP-a pozwalają na ścisłe ograniczenie parametrów modelu [3]. Jeśli do parametrów modelu LCDM dodamy jeszcze kilka dodatkowych parametrów, które charakteryzują widmo CMB, to otrzymamy siedmioparametrowy model Wszechświata, zwany „waniliowym" modelem Wszechświata.

Z metodologicznego punktu widzenia ważne są następujące cechy standardowego modelu kosmologicznego:

1. określony jest zakres stosowalności modelu;
2. model zawiera parametry, które możemy określić albo z obserwacji albo poprzez bardziej fundamentalną teorię (np. powstające w procesie *emergencji*);
3. model opisuje w efektywny sposób obserwacje, np. obecną przyśpieszoną ekspansję Wszechświata.

Zakres stosowalności jest określony po pierwsze przez klasyczne obcięcie klasycznej teorii grawitacji. Hawking we wstępie do rozdziału z OTW pisze [4, s. 69]:

> Pojęcie rozmaitości w naturalny sposób odpowiada naszym intuicyjnym wyobrażeniom o ciągłości przestrzeni i czasu. Dzisiaj taka ciągłość jest ustalona do odległości 10^{-15} cm z eksperymentu nas rozpraszaniem pionów. Trudno będzie rozszerzyć to pojęcie ciągłości na odległości mniejsze (...). Możliwe, że C–P w mniejszych skalach posiada inną strukturę.

Po drugie, model jest limitowany przez warunek stosowalności przybliżenia jednorodności i izotropii. Obecnie podejmowane są próby wyjścia poza paradygmat modelu spełniającego zasadę kopernikańską [5].

Należy podkreślić, że zgodzie na Standardowy Model Kosmologiczny towarzyszy pełna świadomość założeń „idealizacyjnych modelu oraz poszukiwanie małej zmiany paradygmatu" przy zachowaniu LCDM jako poprawnego „pierwszego przybliżenia modelu". Wyobrażamy sobie, że zmiana modelu będzie posiadać charakter „perturbacyjny".

Zmianę jaka się dokonała we współczesnej kosmologii dobrze ilustruje ostatnio wydana monografia z kosmologii S. Weinberga [6]. Jeśli porównamy spis jej zagadnień z wcześniejszą monografią tego autora [7], to dostrzeżmy drogę jaką ona przeszła. W tej wcześniejszej odnajdujemy przegląd różnych modeli kosmologicznych. W najnowszej wykład rozpoczyna się już od wykładu modelu LCDM. To jest świadectwo przesunięcia zainteresowań i akcentów od zbioru możliwych wszechświatów do naszego Wszechświata, który stał się niejako „nasz" z chwilą, gdy uzyskaliśmy dane obserwacyjne o jego świadectwie. Wyznaczanie (estymacja) parametrów kosmologicznych jest obecnie centralnym problemem kosmologicznym. Jakość danych obserwacyjnych jest coraz lepsza oraz rozmiary próbek

coraz większe. Z drugiej strony dane obserwacyjne są uzyskiwane z coraz to różnych źródeł[1]. W estymacji parametrów modelu stosuje się bayesowską metodologię wzmacniania przez dodatkowe świadectwa modelu [8].

Organizacja pracy jest następująca. W rozdziale pierwszym prezentujemy ogólną koncepcję emergencji. W rozdziale drugim prezentujemy modele: CDM i LCDM jako emergentny w stosunku do CDM. W rozdziale trzecim wykazujemy strukturalną niestabilność modelu CDM oraz strukturalną stabilność modelu LCDM, który zyskuje nową własność tłumaczącą akcelerację Wszechświata. Emergencja tej nowej własności modelu może być opisana przez bifurkację parametru stałej kosmologicznej. Ta nowa wykreowana własność emergentna jest heurystycznie płodna w tym sensie, że otwiera możliwość wyjaśniania faktu obserwacyjnego, jakim jest odkryta przyśpieszona ekspansja Wszechświata z obserwacji odległych gwiazd supernowych typu SNIa.

Drugim z pojęć, które może być użyteczne w rozumieniu tego czym jest *nowa własność* w kontekście emergencji, jest pojęcie strukturalnej niestabilności modelu. Przejście do modelu strukturalnie stabilnego oznacza przejście do modelu bardziej realistycznego. W przypadku kosmologii oznacza przejście od CDM do LCDM.

Paweł Kawalec, w swojej refleksji nad zadaniami filozofii nauki w naszych czasach, zwraca uwagę na dwa fakty [9].

> Science is interesting truth about the world around us (scientific realism) and reliabilist epistemology affords us precise answers as to how far science can succeed on this task - given methods, goals and background assumptions available (...). The central idea is that of reliable inquiry. Science makes explicit and elaborates on the methods of acquiring beliefs in our daily life.

Należy podkreślić, że ta obserwacja Kawalca odnajduje pełne potwierdzenie „we współczesnej kosmologii, która jest bardziej bliska życiu", t.j. obserwacjom naziemnym i satelitarnym, niż rozważaniom teoretycznych możliwości. Metody bayesowskie, które są powszechnie stosowane na przykład do testowania produktów żywnościowych, są używane do estymacji parametrów kosmologicznych; i to jest duch współczesnej kosmologii, w której postęp jest zdeterminowany przez obserwacje. One pozwalają nam na identyfikację problemów podobnie jak ma to miejsce w astronomii. Niezwykle trafnie ujął to Lukash [10, s. 1411]:

> Today we know the model at large scales. Per aspera ad astra. After many years of hypotheses and markets of models we now have the standard cosmological model, yet separated from what we have at small scales – the standard model of elementary particles. Both models progressively converge and interact with each other leading us to a joint physical model of the World we are a part of.

Te dwa zbliżające się do siebie modele generują interesujące zagadnienie na styku. Obie teorie (modele) są cenną wartością współczesnej nauki o świecie fizycznym i obie

[1]Na przykład dane astrofizyczne mogą służyć do znajdywania ograniczeń na parametry modelu.

posiadają status teorii efektywnych. Czy kolejne wpiszą się w ten schemat poznawczy teorii efektywnych, i jak poruszać się w tej swoistej *wieży*, którą tworzą wzajemnie warunkujące się i bazującej na sobie teorie efektywne — to są interesujące pytania, które, chcąc nie chcąc, posiadają związek z emergencją rozumianą w sensie słabym, a także z pojęciem fundamentalności, etc.

2 Ogólna koncepcja emergencji

Celem naszej pracy jest pokazanie, że ukonstytuowanie się w praktyce kosmologicznej modelu LCDM jako modelu standardowego, wiąże się z teoretycznym przejściem między LCDM a poprzednikiem – CDM, które może być rozważane przy pomocy pojęcia emergencji.

Słowo „emergencja" jako techniczne pojęcie filozoficzne pojawiło się po raz pierwszy (1875) w G. H. Lewes'a *Problems of Life and Mind*[2]. Jednak prawdziwa *kariera* filozoficzna pojęcia emergencji zaczęła się w latach 20-tych ubiegłego wieku głównie dzięki pracom Samuela Alexandra, C.L. Morgana i C.D. Broad'a [11, 12, 13]. Współcześnie do klasyków emergencji można już chyba zaliczyć J. Kima i P. Humphreys'a [14, 15]. Niewątpliwie wśród najnowszych prac ważnych należy wymienić [16, 17].

Nie ma tu miejsca na szczegółową analizę prac wymienionych autorów, niemniej jednak warto zauważyć, że sam rozwój koncepcji emergencji również wykazuje cechy emergentne. Wielość odmian emergencji i związana z nią trudność w metodologicznej analizie badanej relacji wynika, naszym zdaniem, z kilku podstawowych kwestii:

- Ontologia, epistemologia czy metodologia? — trudność ze wskazaniem na podstawowe konotacje „emergencji". Alexander wykazuje, że emergencja dotyczy nowych jakości, które ujawniają się na nieredukowalnych do siebie poziomach rzeczywistości. Broad widzi relację emergencji głównie na poziomie opisu rzeczywistości (na przykład w kontekście pytania: czy chemia jest redukowalna do fizyki, czy nie).

- Nowy efekt, informacja, własność, prawo, struktura, zjawisko? – co jest, i w jakim sensie *jednostką* emergencji.

- Jeśli na jakimś poziomie organizacji pojawią się własności emergentne, często potrzeba zupełnie nowych instrumentów teoretycznych. Emergencja zakłada istnienie możliwych do wyodrębnienia poziomów rzeczywistości. W tej pracy pokazujemy, że relacja emergencji daje się też wykorzystać jako narzędzie, które wyodrębnia już nie *poziomy rzeczywistości*, ale istotnie różne *poziomy opisu* tego samego fragmentu rzeczywistości [16].

> For instance, temperature is an example of a feature that is relevant in thermodynamics but irrelevant in Newtonian or statistical mechanics.

[2]Tu użyte w kontekście przemian ewolucyjnych: pojawienie się procesów życiowych i procesów mentalnych jako *emergentnych*.

> Light rays are relevant in geometric optics, but they are irrelevant in Maxwell's electrodynamics. The chirality of molecules is relevant in physical chemistry , but it is irrelevant in a Schrödinger-type quantum mechanical description. Nevertheless, there are strategies for implementing the context due to which temperature is relevant in thermodynamics, due to which rays are relevant in geometric optics, a due to which chirality is relevant in physical chemistry, at the level of statistical mechanics, of electrodynamics, and of quantum mechanics respectively.

- Zupełnie nowe „oblicza" emergencji ujawniają się w zależności od środowiska, w którym użyjemy tę kategorię jako narzędzie wyjaśniające. Pojęcie emergencji znajduje zatem zastosowanie nie tylko w naukach biologicznych, ale także w matematyce, mechanice kwantowej, teorii chaosu, chemii fizycznej czy filozofii umysłu oraz, co warto podkreślić, pojawiają się prace, które wskazują, że możliwe jest mówienie o emergencji także w *środowisku* czystego systemu logicznego [18].

- Badanie własności relacji emergencji napotyka na bezpośrednie trudności także na poziomie refleksji metodologicznej. Po pierwsze trudno wyjaśnić jak emergencja „działa", jaką naturę ma mechanizm emergencji, w skrócie: jak „emergują" nowe poziomy struktur. Po drugie analizy wymaga istotna kwestia ściśle filozoficzna: co tak naprawdę emergencja wyjaśnia.

- Wielość przejawów emergencji sprawia, że trudno jest sformułować zunifikowaną teorię emergencji. Właściwie, by odpowiedzialnie używać predykatu *emergentny*, trzeba każdą wypowiedź indeksować, podając o jaką koncepcję czy wersję emergencji chodzi (na przykład wiązać ją z nazwiskiem autora, pisząc „emergencja kontekstualna w sensie Bishopa").

Mimo problemów teoretycznych relacja emergencji staje się coraz bardziej popularna w dyskursie dotyczącym bezpośrednio filozofii nauki. W kontekście kosmologii uważamy, że *metodologicznie bezpiecznie* jest mówić o wersji emergencji uważanej za słabszą — emergencji epistemologicznej. Dotyczy ona istotnie różnych poziomów opisu tych samych faktów, ale w ramach tej samej teorii. Dla potrzeb tej pracy wystarczy, że wymienimy poniżej najważniejsze, najbardziej uniwersalne czynniki wskazujące, że mówimy o „emergentach", t.j. własnościach lub stanach emergentnych.

Najczęściej (także historycznie) zjawisko emergencji usiłuje się zidentyfikować przy pomocy predykatu *nowy*. Co to znaczy *nowy* w naszym kontekście?:

- własność emergentna jest nieprzewidywalna [epistemologiczny punkt widzenia]

- pojawiają się efekty kauzalne między poziomami pozostającymi w relacji emergencji [podejście zakładające określoną „metafizykę"]

Nowość jest jednak tak niejasnym pojęciem, że naszym zdaniem nie stanowi zadowalającego kryterium do opisu poziomów rzeczywistości badanej empirycznie.

Znacznie lepiej wygląda charakterystyka emergencji, gdy spróbujemy udzielić odpowiedzi na pytanie: co to jest *własność emergentna* (*stan emergentny*). (1) Jest własność nowego rodzaju (typu), nie ma charakteru fundamentalnego; (2) jest jakościowo różna od własności, z których się wyłania (np. podlega innym prawom); (3) pojawia się jako efekt interakcji; (4) ma charakter systemowy → przysługuje tylko złożonym strukturom, nigdy prostym składnikom.

Dobrze ugruntowane w filozofii nauki jest podejście konfrontujące emergencję z redukcjonizmem. Zaprzeczając podstawowym tezom redukcjonizmu:

- ONTOLOGICZNA: własności obiektów na wyższym poziomie są zdeterminowane przez ich strukturę oraz własności obiektów na poziomie niższym;
- EPISTEMOLOGICZNA: wiedza o własnościach obiektów na wyższym poziomie może być wywiedziona z wiedzy o ich strukturze i z wiedzy o ich składnikach;
- METODOLOGICZNA: prawa teorii obiektów wyższego poziomu mogą być wyjaśnione przez analizę struktury tych obiektów i przez prawa teorii,

uzyskujemy ważne rozróżnienie trzech odmian emergencji.

Istnieją inne sposoby klasyfikacji odmian emergencji:

- Emergencja epistemiczna: własność emergentna pojawiająca się w strukturze nie może zostać wyjaśniona (przewidziana) w kontekście i na podstawie teorii, która dotyczy składników tej struktury;
- Emergencja interakcyjna: nowa cecha systemu może być wyjaśniona w oparciu o relacje (interakcje) między elementami systemu;
- Emergencja aktualizacyjna: emergencja jest realizacją szczególnych własności istniejących w częściach całości, ale własność emergentna jest nieprzewidywalna na podstawie wiedzy o własnościach składnikach całości.

Świetnym podsumowaniem charakterystyki emergencji jest umieszczenie jej przez Bishop'a i Atmanspacher'a wśród czterech podstawowych klas relacji [16]:

1. REDUKCJA: opis własności i praw niższego poziomu dostarcza warunków koniecznych i wystarczających do wyprowadzenia i opisu własności na poziomie wyższym.
2. EMERGENCJA KONTEKSTUALNA: opis własności i praw niższego poziomu dostarcza warunków koniecznych, ale nie wystarczających do wyprowadzenia i opisu własności na poziomie wyższym.
3. SUPERWENIENCJA: opis własności i praw niższego poziomu dostarcza warunków wystarczających, ale nie koniecznych do wyprowadzenia i opisu własności na poziomie wyższym[3].

[3]Superweniencja jest bodaj najważniejszym pojęciem, które pojawia sie w każdej dyskusji na temat

4. EMERGENCJA RADYKALNA: opis własności i praw niższego poziomu nie dostarcza warunków koniecznych ani wystarczających do wyprowadzenia i opisu własności na poziomie wyższym.

3 Modele kosmologiczne jako układy dynamiczne z parametrami

Pojęcie układu dynamicznego jest klasycznym przykładem pojęcia matematycznego, które wyrosło ze świata fizycznego. Najogólniej rzecz ujmując można powiedzieć, że układ dynamiczny jest modelem matematycznym deterministycznego procesu fizycznego [19].

Niech x jest wielkością reprezentującą stan układu ($x \in R^n$). Może to być pewien wektor, który charakteryzuje stan układu w pewnej chwili czasu t (w kosmologii rolę takiego parametru odgrywa czas kosmologiczny). W naturalny sposób możemy skonstruować przestrzeń n–wymiarową, której współrzędnymi są wielkości x_i, $(i = 1, \ldots, n)$ wyznaczające stan układu w dowolnej chwili. W ten sposób dochodzimy do pojęcia przestrzeni fazowej, t.j. przestrzeni stanów układu w dowolnej chwili czasu.

Rozważmy teraz proces deterministyczny, dla którego znamy prawa ewolucji, które dają się zapisać w postaci:

$$\dot{x}_i \equiv \frac{dx_i}{dt} = f^k(x_i), \tag{1}$$

gdzie $i = 1, \ldots, n$; $k = 1, \ldots, n$. Równanie (1) niesie bardzo prostą treść fizyczną: szybkość zmian stanu układu jest jedyną funkcją stanu układu. O wielkościach x_i możemy myśleć jak o koncentracji i - tej substancji biorącej udział w reakcji chemicznej, ale także jak o wielkości opisującej rozmiar Wszechświata w dowolnej chwili czasu kosmologicznego.

Jeśli funkcje f^k są różniczkowalne (gładkie), to matematycy dowodzą, że po pierwsze rozwiązania układu dynamicznego istnieją, a po drugie są one jednoznaczne. Rozwiązanie układu jest funkcją dwóch zmiennych:

$$x_i = x_i(x_0, t) \tag{2}$$

warunków początkowych $x_0 = x(t = 0)$ zadanych na pewnej umownej chwili czasu (powiedzmy $t = 0$) oraz czasu. Jednoznaczność rozwiązań oznacza, że warunek początkowy w jednoznaczny sposób zadaje rozwiązanie układu, które w przestrzeni stanów układu jest reprezentowane przez krzywą (zwaną krzywą fazową). Krzywe fazowe nie mogę się przecinać w przestrzeni fazowej z uwagi na zagwarantowaną gładkość funkcji f^k.

Pośród rozwiązań układu szczególne miejsce zajmują tzw. rozwiązania stacjonarne $\dot{X}_i = f^k(x_i) = 0 \qquad \forall i$. Z fizycznego punktu widzenia reprezentują one położenia równowagi układu albo jego stany stacjonarne. Z matematycznego punktu widzenia są to tzw.

emergencji. Naszym zdaniem superweniencja jest relacją silniejszą niż emergencja, ponieważ z założenia ma charakter synchroniczny. Oznacza to, że używając pojęcia superweniencji, można charakteryzować poszczególne, związane ze sobą emergentne poziomy rzeczywistości bez opisywania mechanizmu samego procesu wyłaniania się danego poziomu z poziomu bardziej fundamentalnego. Może to być postrzegane jako defekt teorii, ale ona sama nie rości sobie wtedy pretensji do wyjaśniania istoty mechanizmów emergencji.

punkty krytyczne układu, do których trajektorie dążą po krzywych fazowych, lub od których starują. Punkty krytyczne są osiągane po nieskończonym czasie, tak że nie ma mowy o przecinaniu się trajektorii w tych punktach.

Układ krzywych fazowych i punktów krytycznych[4] tworzy pewną geometryczną strukturę, którą nazywa się *portretem fazowym*. Portret fazowy jest geometryczną wizualizacją (w przestrzeni fazowej) zbioru wszystkich możliwych ścieżek ewolucyjnych układu dla wszystkich możliwych warunków początkowych. Tak więc nazwa „portret fazowy" na oznaczenie struktury wszystkich rozwiązań jest jak najbardziej adekwatna.

Jeśli dodamy fakt, że wiele praw fizyki może być reprezentowane przez układ dynamiczny, to możemy powiedzieć, że układ fazowy identyfikuje w pewnym sensie strukturę tego prawa. Dwa portrety fazowe uważamy za równoważne, jeśli trajektorie jednego z układów dają się przetransponować na drugi przy pomocy odwzorowania h, które jest obustronnie ciągłe[5]. Relacja równoważności portretów fazowych jest równoważnościową, co pozwala zdefiniować klasy abstrakcji tej relacji, które są portretem fazowym danego układu, ale i dowolnego innego, który jest mu równoważny. Okazuje się, że te same portrety fazowe mogą opisywać procesy deterministyczne z niekiedy bardzo odległych dziedzin. To stwarza interdyscyplinarny charakter praw dynamiki procesów. Prof. Tempczyk wspominał na poznańskiej konferencji o uniwersalnej matematyce nieliniowych procesów dynamicznych. Teoria układów dynamicznych jest właśnie tego rodzaju matematyką formułującą metody badań złożoności dynamicznej bez jawnego rozwiązywania samych równań. Oferuje ona uniwersalny język opisu ewolucji dowolnego procesu zdeterminowanego bez wnikania w jego samą naturę. To dlatego metody te stają się tak bardzo atrakcyjne w kontekście badań interdyscyplinarnych.

Wszechświat (czasoprzestrzeń) jest dynamiczny i jego ewolucję przy założeniu jednorodności i izotropii można opisać przy pomocy układu dynamicznego. Przyjęte założenia idealizacyjne redukują równania Einsteina na ewolucję czasoprzestrzeni do prostego układu dynamicznego typu (1), gdzie stanem układu są rozmiary Wszechświata (czynnik skali) odniesione do dzisiejszych rozmiarów, t.j.

$$x \equiv \frac{a(t)}{a_0}, \tag{3}$$

gdzie $a_0 = a(t_0)$; to jest obecną wartością dla czynnika skali rekonstruującego ewolucję Wszechświata. Równania Einsteina ze źródłem w postaci cieczy wieloskładnikowej, której każdy składnik spełnia równanie stanu $p_i = w_i\rho_0$ (p_i i ρ_i są odpowiednio ciśnieniem i gęstością energii, $w_i = const$) sprowadzają się do układu dynamicznego o postaci układu reprezentującego ruch fikcyjnej cząstki – wszechświata w dołku potencjału $V(x)$:

$$\frac{dx}{d\tau} = y \tag{4}$$

[4] W ogólności – atraktorów, ponieważ zbiory graniczne, do których podążają trajektorie nie muszą być punktowe.

[5] h i h^{-1} ciągłe; h nazywamy homeomorfizmem.

$$\frac{dy}{d\tau} = -\frac{\partial V(x)}{\partial x},$$

gdzie $V(x) = (-\frac{1}{2})\sum_i \Omega_{i,0} x^{-1-3w_i}$, $\Omega_{i,0} = \frac{\rho_i}{3H_0^2}$ jest bezwymiarowym parametrem gęstości dla i–tego składnika[6], τ jest czasem preskalowanym przez obecną wartość stałej Hubble'a: $|H_0|dt = d\tau$. Parametry gęstości nie są niezależne i sumują się do jedności. Układ (4) zachowuję całkę energii $\frac{1}{2}\dot{x}^2 + V(x) = E = -\frac{1}{2}\Omega_{k,0}$.

Rozważmy dwa ważne modele ewolucji Wszechświata, które były głównymi aktorami na scenie kosmologicznej. Pierwszy model zwany modelem CDM jest wypełniony materią barionową i ciemną, tzn. ($w_i = 0$) i jego ewolucja jest opisana układem

$$\begin{aligned} \frac{dx}{d\tau} &= y \\ \frac{dy}{d\tau} &= \left(\frac{1}{2}\right)\{\Omega_{b,0} + \Omega_{d,m}\}x^{-2} \end{aligned} \tag{5}$$

$$\frac{1}{2}\dot{x}^2 - \frac{1}{2}(\Omega_{m,0})x^{-1} = \frac{1}{2}\Omega_{k,0}.$$

We wzorze (5) parametry gęstości są zaopatrzone indeksem „zero", ponieważ są to wartości stałe, które są odniesione do obecnej epoki.

Układ wielkości:

$$\{H_0, \Omega_{i,0}\} \tag{6}$$

stanowi zestaw wartości parametrów, które należy zadać, aby w jednoznaczny sposób wytyczyć ścieżkę ewolucyjną układu. Dla modelu CDM, który z definicji jest płaski $\Omega_{m,0} = \Omega_{b,0} + \Omega_{d,m} = 1$, możemy w jawnej formie znaleźć ewolucję $x(t)$. W przypadku, gdy dodatkowo założymy niezerową krzywiznę przestrzeni $\Omega_{k,0}$ oraz niezerową stałą kosmologiczną (ciecz o równaniu stanu $p = -\rho, \quad \rho = \Lambda$), otrzymamy układ opisany przez zestaw niezależnych 4 parametrów:

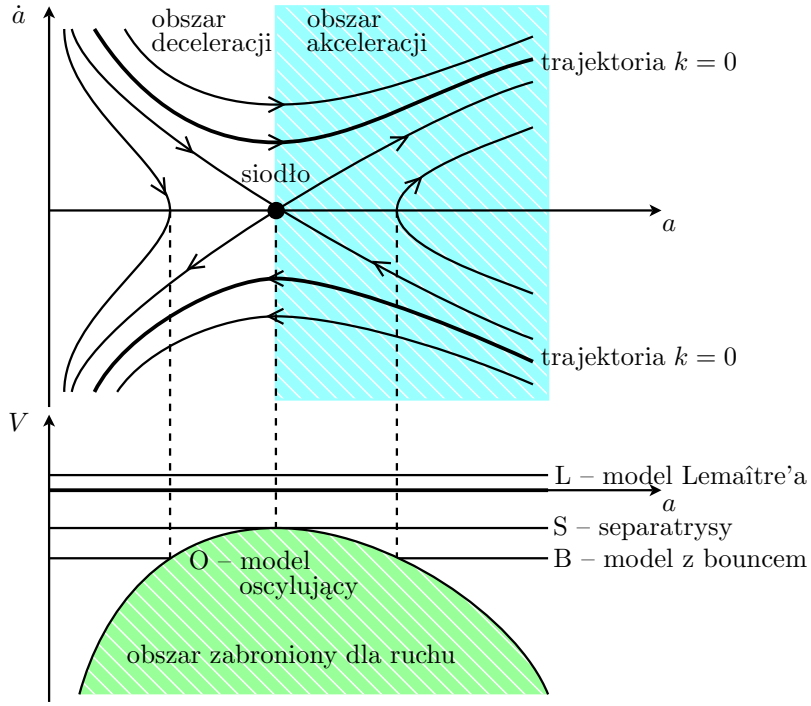
$$\{H_0; \quad \Omega_{b,0}; \quad \Omega_{d,m}; \quad \Omega_{\Lambda,0}; \quad \Omega_{k,0} = 1 - \Omega_{m,0} - \Omega_{\Lambda,0}\}.$$

Wartości tych parametrów są estymowane z obserwacji astronomicznych. Odpowiedni układ dynamiczny rządzący wielkoskalową ewolucją czasoprzestrzeni posiada postać:

$$\begin{aligned} \frac{dx}{d\tau} &= y \\ \frac{dy}{d\tau} &= -\frac{\partial V(x)}{\partial x} \end{aligned} \tag{7}$$

$$V(x) = \left(-\frac{1}{2}\right)\{\Omega_{m,0}x^{-1} + \Omega_{\Lambda,0}x^2\}$$

$$\frac{1}{2}\dot{x}^2 + V(x) = \frac{1}{2}\Omega_{k,0} = E.$$



Rysunek 1: Portret fazowy modelu LCDM na płaszczyźnie fazowej czynnik skali i jego pochodna (górny panel) wraz z wykresem funkcji potencjału (dolny panel). Na portrecie fazowym punkt krytyczny na osi a reprezentujący statyczny Wszechświat Einsteina; dwie pogrubione linie reprezentujące trajektorie modelu płaskiego $k = 0$ rozdzielające płaszczyznę fazową na dwa rozłączne obszary zajęte przez modele zamknięte (leżące wewnątrz obszaru ograniczonego krzywymi) oraz otwarte (znajdujące się na zewnątrz tego obszaru). Nasz Wszechświat znajduje się gdzieś w bliskim sąsiedztwie trajektorii modelu płaskiego. W przestrzeni fazowej zaznaczono obszary, w których Wszechświat przyspiesza oraz opóźnia („deceleruje"). Wszystkie ścieżki ewolucyjne dopuszczalne przez równania można podzielić na pewne kategorie: modele oscylacyjne z początkową i końcową osobliwością oraz maksymalnymi rozmiarami, które osiąga Wszechświat (zaznaczone jako (O)), modele z odbiciem, zwanym też *bounce*, (Wszechświat się kurczy do minimalnych rozmiarów, a następnie rozszerza się do nieskończoności, oraz modele z punktem przegięcia na wykresie czasowej ewolucji czynnika skali (w tych modelach występują dwie fazy: kolejno deceleracji i akceleracji). Obszar pod wykresem funkcji potencjału jest zabroniony dla ruchu układu.

Portret fazowy układu pokazano na rysunku 1. Na portrecie krzywe fazowe reprezentują wszystkie możliwe ścieżki ewolucyjne. Jeśli zadamy układ niezależnych parametrów modelu, to otrzymamy trajektorię, po której podąża ewolucja. Przykładowo, gdy zadamy H_0 (obecną wartość stałej Hubble'a) i położymy $\Omega_{k,0} = 0$ (obserwacje WMAP wskazują, że Wszechświat jest bliski płaskiemu), to wówczas $\Omega_{m,0} + \Omega_{\Lambda,0} = 1$ i w modelu mamy jeden swobodny parametr. Na portrecie fazowym przedstawiona trajektorię modelu płaskiego dla $\Omega_{m,0} = 0.3$, która oddziela modele zamknięte $\Omega_{k,0} < 0$ leżące wewnątrz od otwartych leżących na zewnątrz obszaru rozdzielającego wytyczonego krzywą $\Omega_{k,0} = 0$.

Model LCDM jest opisany zestawem 4 niezależnych parametrów:

$$\{H_0; \quad \Omega_{b,0}; \quad \Omega_{d,m}; \quad \Omega_{\Lambda,0}; \quad \Omega_{k,0} = 1 - \Omega_{m,0} - \Omega_{\Lambda,0}\}.$$

4 Droga od modelu CDM do LCDM poprzez bifurkację parametru stałej kosmologicznej

Rozważane w poprzednim rozdziale układy dynamiczne pochodzenia kosmologicznego posiadały prawe strony zależne od bezwymiarowych parametrów gęstości, charakteryzowały udziały gęstości energii składników materii w gęstości krytycznej ($\rho_{kryt} = 3H_0^2$) - odpowiadającej wszechświatowi płaskiemu. Dla różnych konfiguracji parametrów modelu otrzymamy różne portrety fazowe. Tę wartość parametrów, przy której następuje jakościowa zmiana struktury topologicznej przestrzeni fazowej, nazywamy bifurkacyjną wartością parametru, a samo zjawisko — bifurkacją. W wyniku bifurkacji w układzie pojawia się jakościowo nowy typ zachowania. Dobry przykład ilustrujący zachowania bifurkacji to tzw. układ van der Pola opisany prostym układem: $\dot{x} = y, \quad \dot{y} = -x - \mu(x^2 - 1)y$. Dla parametru $\mu = 0$ układ jest zwykłym oscylatorem harmonicznym, natomiast dla $\mu > 0$ na płaszczyźnie fazowej rodzi się zamknięta orbita zwana cyklem granicznym. Startując z dowolnych warunków początkowych z otoczenia cyklu, trajektoria nawija się na cykl graniczny, a ruch staje się periodyczny o stałej częstości. Zjawisko wyłonienia się nowego typu zachowania układu dynamicznego zawdzięczamy pojawieniu się w układzie członu nieliniowego. Zauważmy, że już dla dowolnie małego członu (μ małe), tego typu zamknięta krzywa fazowa wystąpi w przestrzeni fazowej, chociaż nigdy nie może pojawić się w układzie liniowym (dla $\mu = 0$).

A. Z. Wayne [20] analizuje tego typu efekt z punktu widzenia emergencji i redukcjonizmu. Wyróżnia dolny (basal) i górny - emergentny (upper) poziom układu[7]. Dolny poziom jest układem dla $\mu = 0$ reprezentującym oscylator harmoniczny, natomiast górnym poziomem emergencji jest oscylator zaburzony małym członem nieliniowym. Naszym zdaniem takie rozróżnienie jest sztuczne, bo raczej należałoby się odnieść do układów van der Pola (albo tzw. układów Lienarda, będących jego uogólnieniem) i mówić o różnych jego stanach układów nieliniowych dla różnych wartości parametru μ. Wówczas przejście ze stanu

[6]Gdzie $w_i = 0, \quad \frac{1}{3}, \quad -1$ odpowiednio dla materii pyłowej, promieniowania i stałej kosmologicznej. Formalnie, gdy położymy $w = -\frac{1}{3}$, możemy zdefiniować tzw. fluid krzywiznowy, który rekonstruuje efekty niezerowej krzywizny przestrzennej i stąd zdefiniować $\Omega_{k,0}$ jako krzywiznę.

[7]Chociaż być może lepiej mówić, nie o poziomach, ale o stanach emergentnych.

$\mu = 0$ do dowolnego stanu $\mu = \mu_0 > 0$ będzie się wiązać z emergencją cyklu granicznego w przestrzeni fazowej. Oczywiście analogiczną uwagę można poczynić w stosunku do modelu LCDM, w którym jako parametr swobodny pozostawiliśmy $\Omega_{\Lambda,0}$.

Zjawisko bifurkacji jest matematycznie opracowane i pozwala na analizę bifurkacji w układach dynamicznych z parametrem w postaci $\dot{x} = f(x, \lambda)$, gdzie λ jest parametrem. Teoria bifurkacji pozwala nam zrozumieć przejście ruchu cieczy od ruchu laminarnego do turbulentnego w drodze bifurkacji Hopfa (do orbity okresowej).

Naszym celem będzie teraz wykazanie, że pojęcie bifurkacji określone dla układu z parametrem oraz pojęcie strukturalnej niestabilności mogą być użyteczne dla określenia istoty tego, co w koncepcji emergencji jest nazywane *new unveiling properties*. Chodzi tutaj oczywiście o nowe własności modelu, które zwiększają jego moc predykcji nowych zjawisk. Uprzedzając analizę, możemy stwierdzić, że przy pewnej krytycznej (zerowej) wartości stałej kosmologicznej, która pełni rolę parametru kontrolnego modelu, przy jego przekroczeniu poza wartość zerową, odpowiadającą modelowi dynamicznemu CDM, są kreowane nowe własności dynamiki manifestujące się poprzez wyłonienie się dwóch nowych punktów krytycznych dla przypadku dodatniej Λ i ich zniknięcia dla ujemnej stałej kosmologicznej. Jest interesujące dla koncepcji emergencji w wyniku analizy bifurkacji, że wcześniej „uciąglając" parametr λ tak, aby interpolować model z zerową lambdą z modelem z pewną ściśle określoną lambdą, potrafimy przewidzieć, w jaki sposób zmieni się struktura przestrzeni fazowej. W tym przypadku lepiej jest chyba mówić, że znajdujemy się na jednym poziomie (rodzinie) modeli ze stałą kosmologiczną, a mamy do czynienia z przejściem ze stanu $FRW_{\Lambda=0} \rightarrow FRW_{\Lambda}$. Przejście to prowadzi do wyłonienia się nowej struktury, prawa opisującego ewolucję Wszechświata. Struktura ta jest określona z dokładnością do topologicznej równoważności.

W pracy zakładane jest powszechne podejście do redukcjonizmu w fizyce, nazywane dedukcyjnym kryterium redukowalności [21]. W tej koncepcji redukcjonizm jest relacją „wyprowadzalności" miedzy poziomami górnym i bazowym. To, co łączy u nas oba modele, CDM i LCDM, to teoria LCDM, gdzie Λ pełni rolę parametru kontrolnego. Pojęcie strukturalnej niestabilności modelu modelu bazowego CDM, które intuicyjnie oznacza *brak odporności* ze względu na wpływ małych zaburzeń, w dodatkowy sposób jest świadectwem zmian jakościowych układu CDM.

Przejdźmy teraz do bardzo ścisłego matematycznego wysłowienia własności *kruchości* struktury układu CDM[8].

Rozważmy płaski przestrzennie jednorodny i izotropowy model kosmologiczny z członem kosmologicznym, którego dynamika jest jednoznacznie opisana przy pomocy funkcji czasu – tzw. funkcji Hubble'a $x(t)$. Mierzy ona względne tempo ekspansji Wszechświata, którego rozmiary a zmieniają się z czasem kosmologicznym. Równania Einsteina, które rządzą ewolucją takiego Wszechświata przyjmują postać:

$$\frac{dx}{dt} = -x^2 + \frac{\Lambda}{3}. \tag{8}$$

[8]Czytelnik może jednak pominąć tę część matematyczną ponieważ pojęcia bifurkacji czy strukturalnej niestabilności posiadają swój intuicyjnie jasny sens.

Jak widzimy, równania te posiadają niezwykle prostą postać; dla prostoty prezentacji (bez utraty ogólności rozważań) założyliśmy, że w modelu nie ma żadnej materii. Prawa ewolucji Wszechświata posiadają postać równań różniczkowych (funkcja $x(t)$ jest obecna w (8) pod znakiem pierwszej pochodnej).

Dla układu (8) można podać w prosty sposób rozwiązania:

$$x(t) = \sqrt{\frac{3}{\Lambda}} th\left(\sqrt{\frac{\Lambda}{3}}(t - t_0)\right), \quad \Lambda \neq 0, \tag{9}$$

$$x(t) = \frac{1}{t - t_0}, \quad \Lambda = 0. \tag{10}$$

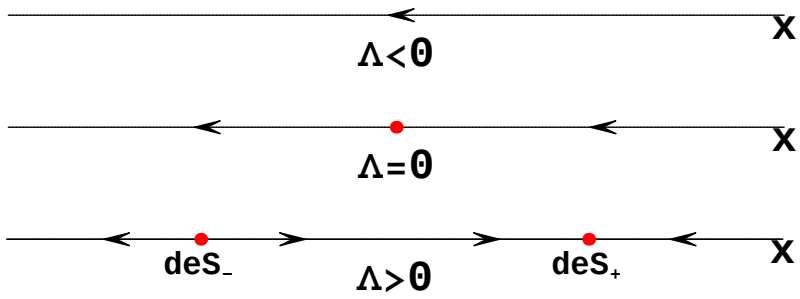
Zwróćmy uwagę, że w równaniu (8) położyliśmy $\Lambda \to 0$; to oznacza, że równania dynamiczne LCDM zostaną zredukowane do równań dla CDM, lecz nie ich rozwiązania!

Analogiczną własność posiadają modele z cyklem granicznym. Jeśli parametr μ zmierza do zera, to oczywiście równania przejdą w odpowiednie dla oscylatora, ale nie ich rozwiązania, ponieważ cykl graniczny jest nowym typem zachowania, które nigdy nie zdegeneruje się do nieskończonej liczby izolowanych orbit zamkniętych. Buttermann mówi o singularnym charakterze redukcji, którą interpretuje jako świadectwo emergencji – w modelu emergentnym pojawia się nowa jakościowo nieredukowalna własność. Tego typu sytuacja może być wyodrębniana i opisywana właśnie przy pomocy strukturalnej niestabilności układu. Jeśli układ posiada własność strukturalnej stabilności, co oznacza, że jest niejako odporny (jak organizm żywy) ze względu na wpływ małych zaburzeń, to wówczas jakościowe własności rozwiązań będą zachowane. Dwa modele o różnej (ale tego samego znaku) wartości stałej kosmologicznej z punktu widzenia struktury są nieodróżnialne.

Przejdźmy teraz do matematycznego opisu bifurkacji w modelu LCDM, w którym Λ jest parametrem, którego wartość możemy zmieniać i patrzeć, jak zmienia się struktura rozwiązań mająca swoją naturalną geometryczną wizualizację w koncepcji przestrzeni fazowej. W tym przypadku mamy stabilną i niestabilną podrozmaitość:

$$W^s\left(\sqrt{\frac{\Lambda}{3}}\right) = \left(-\sqrt{\frac{\Lambda}{3}}, \infty\right); \quad W^u\left(-\sqrt{\frac{\Lambda}{3}}\right) = \left(-\infty, \sqrt{\frac{\Lambda}{3}}\right)$$

— trajektorie uciekające z punktu krytycznego $x_0 = +\sqrt{\frac{\Lambda}{3}}$ oraz trajektoria przyciągana przez punkt $x_0 = -\sqrt{\frac{\Lambda}{3}}$. W przypadku $\Lambda = 0$ mamy jednowymiarową podrozmaitość centralną $W^c(0) = (-\infty, \infty)$. Mamy w tym przypadku do czynienia z bifurkacją typu typu siodło – węzeł [22, s. 236]. Dla $\Lambda > 0$ dla układu mamy dwa punkty krytyczne $\dot{x} = 0$ dla $x_0 \pm \sqrt{\frac{\Lambda}{3}}$. Z kosmologicznego punktu widzenia punkty te reprezentują stacjonarne modele de Sittera ($deS_{+,-}$: ekspandujący i kurczący się. Punkt krytyczny deS_+ jest stabilny (trajektorie zbiegają się z nim), natomiast punkt deS_- jest niestabilny (trajektorie z niego uciekają). Dla $\Lambda = 0$ punkt krytyczny jest niehiperboliczny ($Df(0,0) = 0$), co oznacza, że



Rysunek 2: Portrety fazowe modeli kosmologicznych z parametrem kosmologicznym $\Lambda < 0$ (a), $\Lambda = 0$ (b), $\Lambda > 0$ (c).

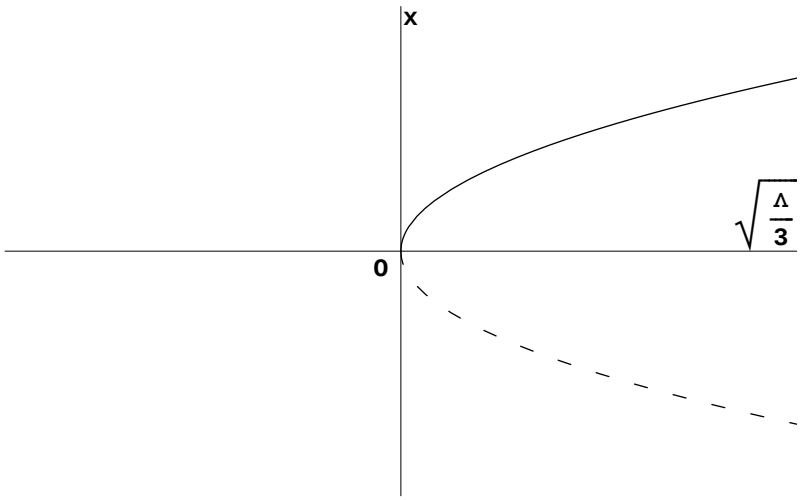
$\Lambda = 0$ jest parametrem bifurkacji, a wektor pola $f(x) = -x^2$ jest strukturalnie niestabilny. Dla $\Lambda < 0$ nie występują punkty krytyczne. Portrety fazowe dla trzech omawianych przypadków przedstawia rysunek 2.

Skoncentrujmy się teraz bliżej na samej koncepcji strukturalnej stabilności układu. Pojęcie to zostało wprowadzone przez Andronowa i Pontriagina w związku z ich matematycznymi badaniami na tzw. jakościową teorią równań różniczkowych [23]. W pracy [24, s. 10] czytamy:

> Własności strukturalnej stabilności jest szczególnie ważna, gdy mamy do czynienia z układami wynikłymi w związku z zastosowaniami fizycznymi, na przykład przy dyskusji problemów fizycznych. Wartości parametrów wchodzących do prawych stron układu wiążą się z fizyką w rzeczy samej znane są jedynie z określoną dokładnością. Jeżeli małe zmiany tych parametrów prowadzą do zmiany topologicznej struktury układu dynamicznego (układ jest strukturalnie niestabilny) to jest oczywiste, ze topologiczna struktura układu nie daje możliwości bezpośredniego wnioskowania o rozważnych zjawiskach. I odwrotnie, jeśli układ jest strukturalnie stabilny, to jego struktura topologiczna może pozostawać w ścisłym związku z fizycznym własnościami zjawisk.

Dla uzupełnienia przytoczmy opinię wybitnego matematyka rosyjskiego W. I. Arnolda [25, s. 84]:

> (...) Przy zastosowaniu dowolnego modelu matematycznego powstaje pytanie, czy nie użyliśmy błędnie matematycznych wyników do opisu rzeczywistości. W rzeczy samej załóżmy, że wynik jest czuły na najmniejszą zmianę modelu (powiedzmy na małą zmianę pola wektorowego określającego równanie różniczkowe), co prowadzi do modelu o zasadniczo odmiennych własnościach. Takie wyniki trudno jest rozciągać na badany proces, bowiem przy konstrukcji modelu zawsze dokonujemy idealizacji, parametry określamy w pewnym przybliżeniem, itp. W ten sposób pojawia się problem odrzucenia tych własności



Rysunek 3: Diagram bifurkacyjny płaskiego modelu LDM (model LCDM bez materii).

> modelu, które są czułe na niewielkie zmiany modelu, a mogą być postrzegane jako własności realnego procesu (...)

Jedna z prób wyboru takich własności doprowadziła do pojęcia strukturalnej stabilności układu.

Interesującą ilustracją emergencji zachowania dynamicznego nowego typu w badanych układach jest diagram bifurkacyjny Hopfa przedstawiony na rysunku 3.

Linią przerywaną na diagramie bifurkacyjnym zaznaczono rozmaitość niestabilną natomiast ciągłą rozmaitość stabilną. Z diagramu bifurkacyjnego widzimy, że punkt krytyczny reprezentujący statyczny Wszechświat Einsteina rozdwaja się na dwa rozwiązania: stabilne de Sittera oraz niestabilne de Sittera. W naszej analizie bifurkacji pominęliśmy dla prostoty prezentacji materię, ale gdy ją uwzględnimy, to otrzymamy, że statyczny Wszechświat Einsteina „bifurkuje" do ekspandującego modelu LCDM i kurczącego się modelu LCDM. W stanie asymptotycznym rozwiązania te przechodzą w odpowiednie rozwiązania de Sittera na diagramie. Rozwój kosmologii poszedł w kierunku od rozwiązania statycznego do Wszechświata ewoluującego. Ścieżka dopuszczalna przez matematykę: rozwiązanie niestabilne — została odrzucona jako niefizyczna w kontekście odkrytej obserwacyjnie wielkoskalowej ekspansji Wszechświata. Chociaż matematycznie dopuszczalne są dwie ścieżki ewolucyjne, Wszechświat wybiera jedną. Gdyby był „matematyczny", wybrałby dwie drogi równocześnie[9]

[9]Wydaje się nam, że matematyka dostarcza nam jedynie ekonomicznego opisu ewolucji Wszechświata, a u podstaw takiego opisu leżą pewne głębokie struktury węższe od matematycznych — struktury fizyczne. Stąd, naszym zdaniem, Pan Bóg był raczej „fizykiem", niż „matematykiem", jeśli już kusić się na taka metaforę. [M.S., P.T., „Co znaczą słowa Einsteina *Nie lubię matematyki.*" (w przygotowaniu)].

5 Zakończenie

Z tych przytoczonych poglądów wynika jasno, ze pojęcie strukturalnej stabilności w swoim zamyśle jest próbą konstrukcji metodologicznego postulatu dla matematycznych modeli procesów fizycznych. Praktyka modelowania zjawisk w pojęciach układów dynamicznych znajduje powszechne zastosowanie od ekologii do kosmologii. Pojęcie strukturalnej stabilności było dyskutowane w kontekście filozoficznym [26] oraz kosmologicznym [27].

Z punktu widzenia emergencji pojęcie strukturalnej stabilności staje się ważne z uwagi na to, że prowadzi nas w kierunku bardzo realistycznego opisu zjawiska[10]. W tym sensie model LCDM jako strukturalnie stabilny należałoby uznać jako bardzo realistyczny opis. Strukturalna stabilność modelu sprawia, że staje się on typowym (albo generycznym) opisem świata (zgodnie z twierdzeniem Peixoto [28]). Dwuwymiarowe układy dynamiczne na zwartych przestrzeniach są generyczne w przestrzeni wszystkich układów dynamicznych na płaszczyźnie, natomiast strukturalnie niestabilne są wyjątkowe (niegeneryczne). Stąd wynika, że standardowy model kosmologiczny LCDM jest modelem typowym, bo strukturalnie stabilnym. Może dlatego trudno jest znaleźć model konkurencyjny dla niego [29].

Głównym celem pracy było pokazanie efektywności teorii układów dynamicznych w zidentyfikowaniu tego, co kryje się w koncepcji emergencji pod predykatem *nowy*. Mówiąc o emergencji (w rozważanym przypadku – słabej albo epistemologicznej), zakładamy istnienie różnych poziomów: dolnego poziomu bazowego (*basal level*) oraz górnego poziomu – emergentnego (*emergent level*). W przypadku charakteryzowania relacji emergencji, którą opisujemy jako nietrywialne przejście od modelu CDM do LCDM, zauważyliśmy, że lepiej jest myśleć nie tyle o *poziomach emergencji*, co o *stanach emergentnych*, pośród których stan podstawowy identyfikujemy jako bazowy. Takie rozróżnienie pozwoliło nam doszukać się istotnej analogii do zjawiska emergencji w pojęciu cyklu granicznego pojawiającego się w nieliniowych układach dynamicznych. Efektywnej metody detekcji tego typu zachowania dostarcza teoria bifurkacji, która pozwala na wyznaczenie wartości parametru kontrolnego, dla którego wystąpi to zjawisko. Cykl graniczny jest interesujący z kilku powodów. Po pierwsze opisuje on oscylacyjne zachowanie układu o stałej częstości, podczas gdy układ startuje z dowolnych warunków początkowych. Weźmy zegarek nakręcany sprężyną. Niezależnie od tego, ile obrotów wykonaliśmy, układ wpada w reżim drgań okresowych. Po drugie własnością cyklu granicznego jest jego strukturalna stabilność. Cykle graniczne posiadają własność homeostazy i są odporne ze względu na wpływ małych zaburzeń. Nic więc dziwnego, że zostały zastosowane jako pierwszy dynamiczny model bijącego serca (układ van der Pola).

Wskazaliśmy na istnienie ścisłej analogii pomiędzy emergencją Λ w modelu CDM, a emergencją cyklu granicznego. Obie wartości bifurkacyjne są zerowe, a stany podstawowe układów (oscylator harmoniczny i model CDM odpowiednio) są strukturalnie niestabilne. Konsekwencją tej własności jest nieredukowalność rozwiązań ze stanów górnych (można by je nawet nazwać wzbudzonymi) parametryzowanych Λ (spektrum ciągłe). W przypad-

[10] Wahadło bez tarcia jest strukturalnie niestabilne, ale wahadło z tarciem tak.

ku LCDM oznacza to brak przejścia rozwiązań, gdy z Λ zmierzamy do zera. Natomiast w przypadku modeli z cyklem granicznym brak takiego przejścia wynika z powodów zasadniczych, cykle graniczne nie występują w układach liniowych, a z takim mamy do czynienia na poziomie *basal*. Brak przejścia rozwiązań w przypadku, gdy takie przejcie graniczne ma miejsce na poziomie równań, każe nam wprowadzić rozróżnienie redukcjonizmu na poziomie równań bazowych od redukcjonizmu na poziomie rozwiązań. Oczywiście takie rozróżnienie nie jest konieczne, gdy mamy do czynienia z układami strukturalnie stabilnymi.

W pracy pokazaliśmy, że współczesna kosmologia opisuje ewolucje Wszechświata w taki sposób, że pozostają do wyznaczenia wartości pewnych parametrów zwanych parametrami kosmologicznymi. Jest to konsekwencją faktu, że ewolucja Wszechświata przestrzennie jednorodnego, dla którego źródłem pola grawitacyjnego jest pewien wieloskładnikowy fluid, została zredukowana do układu dynamicznego, a więc zadaniem kosmologii staje się wyznaczenie ścieżki ewolucyjnej dla Wszechświata. Ta z kolei, jako rozwiązanie układu równań różniczkowych, zależeć będzie od warunków początkowych. Można powiedzieć, że to co jest dla kosmologii interesujące, jeśli zgodziliśmy się z pewnymi założeniami wyjściowymi, to warunki początkowe dla jego ewolucji. Nic nie stoi na przeszkodzie, żeby te warunki początkowe były określone z pomiarów Wszechświata w jego obecnej fazie ewolucji. Reasumując, stan kosmologii możemy zdefiniować, jako zbiór niezależnych parametrów Wszechświata (parametry gęstości oraz parametr Hubble'a), które wytyczają jego ścieżkę ewolucyjną. Oczywiście wartości tych parametrów można traktować jako parametry kontrolne i badać możliwe bifurkacje gdy zmieniamy ich wartości. Pokazaliśmy, że w klasie modeli z Λ ma miejsce bifurkacja, ale można by pójść dalej i rozważać bifurkacje związane ze wszystkimi parametrami gęstości. Wraz z kolejnymi bifurkacjami uzyskujemy pojawiające się nowe struktury układu dynamicznego (ścieżki ewolucyjne), które niektórzy [30] wiążą ze zmianą paradygmatu w kosmologii. W ten możemy uzyskać diagram bifurkacyjny dla rozwoju kosmologii opartej na parametrach kosmologicznych. Taki diagram nazwiemy bifurkacyjnym modelem kosmologii. Matematycznie zagadnienie konstrukcji takiego diagramu jest dobrze postawione i całkowicie wykonalne. Jest to bowiem problem bifurkacji w układach dynamicznych newtonowskiego typu, dla których potencjał zależy od parametrów.

To, że kosmologia jest niezwykle interesującym obszarem z punktu widzenia badań z dziedziny filozofii nauki, wiadomo od dawna i jest to powodem stosowania metody *„case study"*. To jednak, że jej rozwój dostarcza interesującego materiału dla badań emergencji epistemologicznej, jest już naszym odkryciem.

Spis literatury

[1] Coles P 2005 *Nature* **433** 248

[2] Riess A G *et al.* (Supernova Search Team) 1998 *Astron. J.* **116** 1009–1038 (*Preprint* `astro-ph/9805201`)

[3] Spergel D N *et al.* (WMAP) 2003 *Astrophys. J. Suppl.* **148** 175 (*Preprint* astro-ph/0302209)

[4] Hawking S W and Ellis G F R 1973 *The Large Scale Structure of Spacetime* (Cambridge: Cambridge University Press)

[5] Larena J, Alimi J M, Buchert T, Kunz M and Corasaniti P S 2008 (*Preprint* 0808.1161)

[6] Weinberg S 2008 *Cosmology* (New York: Oxford University Press)

[7] Weinberg S 1972 *Gravitation and Cosmology* (New York: Wiley)

[8] Trotta R 2008 (*Preprint* 0803.4089)

[9] Kawalec P 2005 (*Preprint* http://philsci-archive.pitt.edu/archive/00002558/)

[10] Lukash V 2007 *Nuovo Cim.* **122B** 1411–1422 (*Preprint* 0712.3356)

[11] Alexander S 1920 *Space, Time, and Deity* (London: Macmillan Alexander)

[12] Morgan C 1923 *Emergent Evolution* (New York: Holt)

[13] Broad C 1925 *The Minds and Its Place in Nature* (London: Routledge and Kegan Paul)

[14] Kim J 1999 *Philos. Stud.* **95** 3–36

[15] Humphreys P 1997 *Phil. Sci.* **64** 1–17

[16] Bishop R C and Atmanspacher H 2006 *Found. Phys.* **36 12** 1757–1777

[17] Silberstein M and McGeever J 1999 *Phil. Quarterly* **49** 182–200

[18] Palmquist S 2007 *Found. Sci.* **12** 9–37

[19] Arnold W I 1975 *Różniczkowe równania zwyczajne* (Warszawa: PWN)

[20] Wayne A 2008 (*Preprint* http://philsci-archive.pitt.edu/archive/00003933)

[21] Nagel E 1961 *The Structure of science* (New York: Hackett Publishing Company, Incorporated)

[22] Perko L 1991 *Differential Equations and Dynamical Systems* (New York: Springer-Verlag)

[23] Andronov A A and Pontryagin L S 1937 *Dokl. Acad. Sci. URSS* **14** 247–251

[24] Andronov A A, Leontovich E A, Gordon I I and Maier A G 1967 *Teoria bifurkacji dinamiczeskich sistiem na płoskosti* (Moskwa)

[25] Arnold V I 1978 *Dopołnitelnyje gławy tieorii obyknowiennych diferentialnych urawnenij* (Moskwa: Nauka)

[26] Szydlowski M 1983 *Analecta Cracoviensie* **XV** 13–24

[27] Szydlowski M, Heller M and Golda Z 1984 *Gen. Relat. Grav.* **16** 877

[28] Szydlowski M 2007 *JCAP* **0709** 007 (*Preprint* `astro-ph/0610250`)

[29] Szydlowski M, Kurek A and Krawiec A 2006 *Phys. Lett.* **B642** 171–178 (*Preprint* `astro-ph/0604327`)

[30] Kokarev S S 2008 (*Preprint* `gr-qc/0810.5080`)