

EUGENIUSZ WOJCIECHOWSKI

### BEZKWANTYFIKATOROWY RACHUNEK NAZW Z REGUŁĄ EKSTENSJONALNOŚCI

Jednym z systemów Stanisława Leśniewskiego jest *ontologia*, zbudowana w języku logicznym z szerokim rozumieniem kategorii nazw<sup>1</sup>. Pierwszym filozofem, który docenił zalety tego narzędzia w filozofii i w analizie języka naturalnego, był Tadeusz Kotarbiński.

Traktując ten system jako narzędzie, można ograniczyć się do tzw. *ontologii elementarnej*, w której to kwantyfikatory wiążą jedynie zmienne kategorii nazwowej. Dalszym zbliżeniem tego narzędzia do języka naturalnego jest propozycja Ludwika Borkowskiego, realizująca ideę *bezkwantyfikatorowego rachunku nazw*. Niniejsza praca rozwija tę ideę. Od strony semantycznej rozstrzyga się tu status semantyczny wyrażeń *wszystkie* i *pewne*, traktując je jako funktory<sup>2</sup>. Ujmując z kolei rzecz od strony syntaktycznej, proponuje się tu pewne uproszczenia, wykorzystując siłę dedukcyjną reguł wprowadzania i opuszczania tych funktorów oraz wprowadzając regułę ekstensjonalności dla funktora epsilonowego<sup>3</sup>.

---

Dr hab. EUGENIUSZ WOJCIECHOWSKI – Zakład Filozofii Przyrody i Historii Kultury Regionalnej, Akademia Rolnicza w Krakowie; adres do korespondencji: Al. 29 Listopada 46, 31-425 Kraków; e-mail: rlwojcie@cyf-kr.edu.pl

<sup>1</sup> Obejmuje ona zarówno nazwy jednostkowe, jak i ogólne. Tego typu język logiczny jest nazywany *językiem Arystotelesa-Leśniewskiego*. Bardziej rozpowszechnionym w logice współczesnej jest język z wąskim rozumieniem tej kategorii (kategorię nazw tworzą jedynie nazwy jednostkowe), zwany *językiem Fregego-Russella*. Odpowiednikiem tego rachunku nazw (ontologii) w języku drugiego typu jest klasyczny rachunek predykatów.

<sup>2</sup> W duchu *idei kwantyfikacji orzeczników*. Zob. E. W o j c i e c h o w s k i, *Zwischen der Syllogistik und den Systemen von Leśniewski: Eine Rekonstruktion der Idee der Quantifizierung der Prädikate*, „Grazer Philosophische Studien” 48 (1994), s. 165-200.

<sup>3</sup> Praca ta była referowana na XII Konferencji „Zastosowania logiki w filozofii i podstawach matematyki”, Szklarska Poręba, 7-11 V 2007 r., zorganizowanej przez Instytut Matematyki Uni-

## 1. KONSTRUKCJE WCZEŚNIEJSZE

**System BRN1.** Oznaczmy przez **BRN1** bezkwantyfikatorowy rachunek nazw, zbudowany metodą założeniową, o następujących regułach<sup>4</sup>:

$$\begin{array}{ll} \text{R1zyk} & x\epsilon y/x\epsilon x \\ \text{R2} & x\epsilon y/\wedge y\epsilon z/x\epsilon z \\ \text{R3} & x\epsilon y/\wedge y\epsilon z/y\epsilon x \end{array}$$

Mamy tu również reguły opuszczania i wprowadzania funktorów istnienia, jedyności, słabej inkluzji i inkluzji częściowej:

$$\begin{array}{ll} \text{Oex} & ex(x)/A\epsilon x \\ \text{Iex} & x\epsilon y/ex(y) \\ \text{Osol} & sol(x)/z\epsilon x \rightarrow x\epsilon z \\ \text{Isol} & z\epsilon x/\wedge u\epsilon x \rightarrow z\epsilon u/sol(x) \\ \text{O}\subset & x\subset y/z\epsilon x \rightarrow z\epsilon y \\ \text{I}\subset & z\epsilon x \rightarrow z\epsilon y/x\subset y \\ \text{O}\Delta & x\Delta y/A\epsilon x/\wedge A\epsilon y \\ \text{I}\Delta & z\epsilon x/\wedge z\epsilon y/x\Delta y \end{array}$$

gdzie ‘*A*’ jest stałą nazwową, niepowtarzającą się w wierszach w przypadku zastosowania tej reguły (więcej niż jeden raz) w dowodzie. Zmienna ‘*z*’ zaś nie występuje w założeniach dowodu.

Ponadto w systemie przyjmowane są reguły opuszczania i wprowadzania wyrażeń kwantyfikujących *każdy* (*wszystkie*) i *pevien*. Mamy tu na uwadze takie znaczenie słówka *pevien* (*pewna*, *pewne*), które pojawia się w kontekstach: „*pevien* pies tu był”, „*pewna* kobieta tak powiedziała” czy „*pewne* dziecko nie zrobiło tego zadania”, tj. za pomocą tego słowa wybieramy dokładnie jeden przedmiot (choć bliżej nieokreślony) z zakresu nazwy przed którą stoi<sup>5</sup>. Wyrażenia *każdy* ( $\pi$ ) i *pevien* ( $\sigma$ ), będące substytutami kwan-

wersytetu Śląskiego, Instytut Matematyki Uniwersytetu Opolskiego oraz Katedrę Logiki i Metodologii Nauk Uniwersytetu Wrocławskiego.

<sup>4</sup> L. Borkowski, *Bezkwantyfikatorowy założeniowy system rachunku nazw*, „Roczniki Filozoficzne” 28 (1980), z. 1, s. 133-148 (Część I) i 41 (1993), z. 1, s. 11-21 (Część II).

<sup>5</sup> Słowo *pevien* (*pewna*, *pewne*) w tym znaczeniu również dobrze można by oddać na gruncie języka polskiego przez określenie: *jakieś* (*jakaś*, *jakieś*). Wyrażenia te są określane w podręcznikach gramatyki tradycyjnej mianem zaimków nieokreślonych. Zob. Z. Klemensiewicz,

tyfikatorów, wprowadza się tu za pomocą reguł:

$$\begin{aligned} O\pi & \alpha(\pi x)/z\epsilon x \rightarrow \alpha(z) \\ I\pi & z\epsilon x \rightarrow \alpha(z)/\alpha(\pi x) \\ O\sigma & \alpha(\sigma x)/A\epsilon x \wedge \alpha(A) \\ I\sigma & z\epsilon x \wedge \alpha(z)/\alpha(\sigma x) \end{aligned}$$

Formuły typu  $\alpha(\pi a)$  i  $\alpha(\sigma a)$  są formułami sensownymi na gruncie tego języka, takimi jednak, że wyrażenia  $\pi a$  i  $\sigma a$  pojawiają się jako pierwsze z lewej strony formuły  $\alpha(\pi a)$  (i odpowiednio  $\alpha(\sigma a)$ ) i nie są poprzedzone żadnym kontekstem o postaci  $\pi b$  lub  $\sigma b$ <sup>6</sup>.

Ponadto przyjmuje się odpowiedniki tych reguł, funkcjonujące w przypadkach pojawiania się tych wyrażen kwantyfikujących w kontekście funktorów nazwotwórczych<sup>7</sup>:

$$\begin{aligned} O\pi^f & x\epsilon f\pi y/x\epsilon x \wedge (z\epsilon y \rightarrow x\epsilon fz) \\ I\pi^f & x\epsilon x \wedge (z\epsilon y \rightarrow x\epsilon fz)/x\epsilon f\pi y \\ O\sigma^f & x\epsilon f\sigma y/A\epsilon y \wedge x\epsilon fA \\ I\sigma^f & z\epsilon y \wedge x\epsilon fz/x\epsilon f\sigma y \end{aligned}$$

Do reguł pierwotnych systemu należą: reguła podstawiania dla nazw i reguła podstawiania dla funktorów (kategorii  $n/n$ ).

Definicyjnie wprowadza się tu pojęcia przedmiotu i przedmiotu sprzecznego:

$$\begin{aligned} DV & x\epsilon V \leftrightarrow x\epsilon x \\ D\Lambda & x\epsilon \Lambda \leftrightarrow x\epsilon x \wedge \neg x\epsilon x \end{aligned}$$

oraz funktory: bycia przedmiotem, negacji, mocnej inkluzji, identyczności zakresowej, identyczności jednostkowej, iloczynu i sumy nazwowej:

*Podstawowe wiadomości z gramatyki języka polskiego*, wyd. 6, Warszawa 1970, s. 54. Zob. też w tej sprawie L. Borkowski, *Logiczna analiza wyrażenia jakiś (jakaś, jakieś) a*, „Roczniki Filozoficzne” 41 (1993), z. 1, s. 5-9.

<sup>6</sup> Zob. Borkowski, *Bezkwantyfikatorowy założeniowy system rachunku nazw*, część I.

<sup>7</sup> Dotyczą one takich przypadków jak: *x jest znawcą wszystkich dzieł tego autora*, jak również *x jest twórcą pewnych rozwiązań w tym projekcie*.

$$\begin{aligned}
Dob & ob(x) \leftrightarrow x\epsilon x \\
Dn & x\epsilon ny \leftrightarrow x\epsilon x \wedge \neg x\epsilon y \\
D\sqsubset & x\sqsubset y \leftrightarrow ex(x) \wedge x\sqsubset y \\
D\circ & x\circ y \leftrightarrow x\sqsubset y \wedge y\sqsubset x \\
D= & x=y \leftrightarrow x\epsilon y \wedge y\epsilon x \\
D\cap & x\epsilon y \cap z \leftrightarrow x\epsilon y \wedge x\epsilon z \\
D\cup & x\epsilon y \cup z \leftrightarrow x\epsilon y \vee x\epsilon z
\end{aligned}$$

Całość jest nadbudowana nad klasycznym rachunkiem zdań (**KRZ**), również założeniowo zbudowanym. Reguła odrywania (dla implikacji) jest rozszerzona dla wyrażeń sensownych tego systemu.

**Pierwsze rozszerzenie systemu BRN1.** Niech **BRN2** oznacza z kolei system, w którym (w odróżnieniu od systemu **BRN1**) zamiast reguł: *Oex*, *Iex*, *Osol*, *Isol*, *Oc*, *Ic* oraz *O $\Delta$* , przyjmowany jest aksjomat specyficzny kształtu<sup>8</sup>:

$$A\epsilon \quad x\epsilon y \leftrightarrow \sigma x\epsilon x \wedge \pi x\epsilon \pi x \wedge \pi x\epsilon y$$

Funktory istnienia, jedyności, słabej inkluzji i inkluzji cząstkowej wprowadza się tu definicyjnie:  $ex(x) \leftrightarrow \sigma x\epsilon x$ ,  $sol(x) \leftrightarrow \pi x\epsilon \pi x$ ,  $x\sqsubset y \leftrightarrow \pi x\epsilon y$ ,  $x\Delta y \leftrightarrow \sigma x\epsilon y$ .

Podobnie jak poprzednio, przyjmujemy te same definicje dla funktorów nazwotwórczych (*Dn*, *D $\cap$* , *D $\cup$* ) i zdaniotwórczych (*D $\circ$* , *D=*). Oprócz reguł ogólnych: odrywania (MP), podstawiania dla terminów (ST) i podstawiania dla funktorów (SF), o analogicznych sformułowaniach, przyjmiemy *O $\pi$* , *I $\pi$* , *I $\pi^f$* , *O $\sigma$*  i *I $\sigma$* . Ograniczenie co do kształtu formuł atomowych  $\alpha$  zatrzymujemy jedynie dla *I $\pi$* , znosząc je dla pozostałych reguł.

Nową regułą specyficzną tego systemu jest:

$$R\epsilon \quad x\epsilon fy/x\epsilon x$$

Wprowadzany definicyjnie jest tu również funktor *asercji nazwowej*:

$$Df^a \quad x\epsilon f^a y \leftrightarrow x\epsilon x \wedge x\epsilon y$$

<sup>8</sup> E. Wojciechowski, *Pewien bezkwantyfikatorski rachunek nazw*, [w:] J. Perzanowski, A. Pietruszczak (red.), *Logika & Filozofia logiczna. FLFL 1996-1998*, Toruń 2000, s. 109-126.

Szczególnymi przypadkami  $R\varepsilon$ , które dla prostoty będziemy tak samo oznaczać, są:

$$x\varepsilon y/x\varepsilon x \quad x\varepsilon f\pi y/x\varepsilon x \quad x\varepsilon \pi y/x\varepsilon x \quad x\varepsilon f\sigma y/x\varepsilon x \quad x\varepsilon \sigma y/x\varepsilon x$$

Powstają one z  $R\varepsilon$  odpowiednio przez podstawienia:  $f^a/f$ ,  $f\pi/f$ ,  $\pi/f$ ,  $f\sigma/f$  i  $\sigma/f$ , na mocy reguły podstawiania (SF) dla funktorów.

**Uproszczenie bazy systemu BRN1.** Nazwijmy bazą systemu **BRN1** zbiór reguł  $\{R1, R2, R3, Oex, Iex, Osol, Isol, O\subset, I\subset, O\Delta, I\Delta\}$ . Bazę tę można uprościć. Uproszczenie to polega na przyjęciu jako pierwotnej reguły ekstensjonalności dla inkluzji jednostkowej ( $RE\varepsilon$ ) oraz eliminacji reguł:  $R1, R2, R3, Oex, Iex, Osol, Isol, O\subset, I\subset$ .

Specyficzna tu reguła ekstensjonalności ma formę<sup>9</sup>:

$$RE\varepsilon \quad x\varepsilon y/\alpha(y) \rightarrow \alpha(x),$$

gdzie  $\alpha$  jest formułą atomową tego rachunku. W przypadku gdy formuła  $\alpha$  jest zbudowana za pomocą funktora parametrycznego, to jest on utworzony za pomocą jednego z funktorów inkluzji: jednostkowej ( $\varepsilon$ ), słabej ( $\subset$ ) lub mocnej ( $\sqsupset$ ), tj. jest on typu  $\delta\langle t \rangle$  ( $\delta\langle t \rangle(s) \leftrightarrow s\delta t$  lub  $\delta\langle t \rangle(s) \leftrightarrow t\delta s$ ), gdzie  $\delta \in \{\varepsilon, \subset, \sqsupset\}$  i ponadto, formuła ta:

(1) jest zamknięta na zmienne w występujące po lewej stronie kreski inferencyjnej (w tym wypadku nie ma w niej innych zmiennych jak  $x$  i  $y$ ) i funktor parametryczny jest funktorem (prawostronnym lub lewostronnym) zamkniętym na te zmienne ( $\_ \delta x, \_ \delta y, x \delta \_ , y \delta \_$ ) lub

(2) funktor ten jest funktorem prawostronnym, otwartym na zmienne ( $\_ \delta z$ ).

Specyficzne funktory **BRN1** są wprowadzane definicyjnie:  $ex(x) \leftrightarrow x\Delta x$ ,  $sol(x) \leftrightarrow (ex(x) \rightarrow x\varepsilon x)$ ,  $x\subset y \leftrightarrow \neg x\Delta ny$ .

**Idea.** Oznaczmy przez **BRN** zbiór konsekwencji reguł wprowadzania i opuszczania wyrażen kwantyfikujących:  $O\pi, I\pi, O\sigma$  i  $I\sigma$ . Pierwszą z wyżej przedstawionych konstrukcji można oznaczyć krótko: **BRN**[ $R1, R2, R3, Oex, Iex, Osol, Isol, O\subset, I\subset, O\Delta, I\Delta$ ], gdzie **BRN**[ $X_1, X_2, \dots, X_n$ ] oznacza

<sup>9</sup> System z tą regułą ekstensjonalności został przedstawiony w: E. Wojciechowski, *Zasada ekstensjonalności dla funktorów inkluzji*, „Logika” (Acta Universitatis Wratislaviensis) – [artykuł przyjęty do druku].

wzbogacenie systemu **BRN** przez reguły (ewentualnie aksjomaty) bazowe  $X_1, X_2, \dots, X_n$ . Zgodnie z tą konwencją notacyjną:

$$\mathbf{BRN1} = \mathbf{BRN}[R1, R2, R3, Oex, Iex, Osol, Isol, Oc, Ic, O\Delta, I\Delta, O\pi^f, I\pi^f, O\sigma^f, I\sigma^f]$$

$$\mathbf{BRN2} = \mathbf{BRN}[A\varepsilon, R\varepsilon, I\pi^f]$$

Zbudujemy system **BRN3**, w którym specyficzna baza inferencyjna systemu **BRN2** zostanie zastąpiona przez  $RE\varepsilon$ , tj.:  $\mathbf{BRN3} = \mathbf{BRN}[RE\varepsilon]$ .

## 2. SYSTEM Z REGUŁĄ EKSTENSJONALNOŚCI

Opiszemy ogólnie język systemu **BRN3**.

**Słownik.** Słownik języka tego systemu tworzą:

(a) zmienne nazwowe:	$x, y, z, \dots$	“	kategori	$n$
(b) stałe nazwowe:	$A, B, C, \dots$	“	$n$	
(c) zmienne funkcyjne:	$f, g, h, \dots$	“	$n/n$	
(d) stałe funkcyjne:				
	$n$	“	$n/n$	
	$ex, sol, ob$	“	$s/n$	
	$\varepsilon, \subset, \Delta$	“	$s/nn$	
	$\neg$	“	$s/s$	
	$\wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$	“	$s/ss$	

### Terminy.

Zmienne i stałe nazwowe są terminami.

Jeżeli  $t$  jest terminem, to  $nt$ , jak i  $ft, gt, ht, \dots$  są też terminami.

### Formuły.

Jeżeli  $t$  jest terminem, to  $ex(t)$ ,  $sol(t)$  i  $ob(t)$  są formułami.

Jeżeli  $s$  i  $t$  są terminami, to  $s\varepsilon t$ ,  $s \subset t$  i  $s \Delta t$  są formułami.

Jeżeli  $\alpha$  jest formułą, to  $\neg \alpha$  jest również formułą.

Jeżeli  $\alpha$  i  $\beta$  są formułami, to formułami są również  $\alpha \wedge \beta, \alpha \vee \beta, \alpha \rightarrow \beta$  i  $\alpha \leftrightarrow \beta$ .

Formuły dzielimy na atomowe i złożone.

### Formuły atomowe.

Jeżeli  $t$  jest terminem, to  $ex(t)$  i  $sol(t)$  są formułami atomowymi.

Jeżeli  $s$  i  $t$  są terminami, to  $s\varepsilon t$ ,  $s \subset t$  i  $s \Delta t$  są formułami atomowymi.

**Formuły złożone.**

Formuły nie będące formułami atomowymi są formułami złożonymi.

**Reguły.**

Oprócz reguły odrywania dla implikacji (MP) przyjmujemy regułę podstawiania dla terminów (TS) postaci:

Jeżeli  $\Phi(x)$  jest schematem zdaniowym uznanym za prawdziwy, to dla dowolnego terminu  $t$ , jeśli podstawić ten termin we wszystkich wystąpieniach  $x$  w  $\Phi$ , rezultat tego podstawienia (tj. zdanie lub schemat zdaniowy)  $\Phi(t)$  jest również prawdziwy.

oraz regułę podstawiania (FS) dla funktorów (kategorii  $n/n$ ), o podobnym sformułowaniu, z wykluczeniem podstawiania za zmienne funktorowe funktora negacji nazwowej.

System ten, podobnie jak poprzednie, posiada reguły wprowadzania i opuszczania dla funktorów  $\pi$  i  $\sigma$  oraz regułę ekstensjonalności (dla funktora inkluzji jednostkowej):

$$\text{RE}\varepsilon \quad x\varepsilon y/\beta(y) \rightarrow \beta(x),$$

przy ograniczeniach co do budowy formuł  $\beta$ , które wcześniej zostały przedstawione.

**Definicje.**

Specyficzne funktory istnienia, jedności, słabej inkluzji i inkluzji cząstkowej wprowadza się tu definicyjnie:

$$\text{Dex} \quad ex(x) \leftrightarrow \sigma x \varepsilon x$$

$$\text{Dsol} \quad sol(x) \leftrightarrow \pi x \varepsilon \pi x$$

$$\text{D}\subset \quad x \subset y \leftrightarrow \pi x \varepsilon y$$

$$\text{D}\Delta \quad x \Delta y \leftrightarrow \sigma x \varepsilon y$$

Pozostałe funktory ( $ob$ ,  $n$ ,  $\circ$ ,  $=$ ,  $\cap$ ,  $\cup$ ) są zdefiniowane jak poprzednio.

Na mocy tez przedstawionych wcześniej konstrukcji, zachodzą następujące związki inferencyjne<sup>10</sup>:

<sup>10</sup> Zob. Wojciechowski, *Pewien bezkwantyfikatorski rachunek nazw oraz Zasada ekstensjonalności dla funktorów inkluzji*.

$\mathbf{BRN}[R1, R2, R3, Oex, Iex, Osol, Isol, O\subset, I\subset, O\Delta, I\Delta, O\pi^f, I\pi^f, O\sigma^f, I\sigma^f] \subset$

$\mathbf{BRN}[A\epsilon, R\epsilon, I\pi^f]$

$\mathbf{BRN}[R1, R2, R3, Oex, Iex, Osol, Isol, O\subset, I\subset, O\Delta, I\Delta] \subset \mathbf{BRN}[RE\epsilon, O\Delta, I\Delta]$ .

Zachodzi następujące twierdzenie:

Twierdzenie 1:

*System  $\mathbf{BRN}[A\epsilon, R\epsilon, I\pi^f]$  zawiera się inferencyjnie w systemie  $\mathbf{BRN}[RE\epsilon]$ .*

W dowodzie tego twierdzenia wystarczy pokazać, że  $A\epsilon$  jest tezą, a  $R\epsilon, I\pi^f$  są regułami wtórnymi systemu  $\mathbf{BRN}[RE\epsilon]$ . Jest tak istotnie<sup>11</sup>:

T1a  $x\epsilon y \rightarrow \sigma x\epsilon x$

*Dem.*

Hp(1)  $\rightarrow$

- |     |                      |          |
|-----|----------------------|----------|
| (2) | $x\epsilon x$        | [1×R1]   |
| (3) | $\sigma x\epsilon y$ | [1,2×Iσ] |
| (4) | $A\epsilon x$        | [3×Oσ]   |
| (5) | T                    | [4×Iσ]   |

T1b  $x\epsilon y \rightarrow \pi x\epsilon \pi x$

*Dem.*

Hp(1)  $\rightarrow$

- |      |   |           |
|------|---|-----------|
| (2)  | $x\epsilon x$                                     | [1×R1]    |
| (3)  | $\pi x\epsilon x$                                 | [Iπ]      |
| (4a) | $z\epsilon x$                                     | [zd1]     |
| (4b) | $x\epsilon z$                                     | [2,4a×R3] |
| (4)  | $z\epsilon x \rightarrow x\epsilon z$             | [4a - 4b] |
| (5)  | $x\epsilon \pi x$                                 | [4×Iπ]    |
| (6)  | $x\epsilon \pi x \rightarrow \pi x\epsilon \pi x$ | [3×REε]   |
| (7)  | T   | [5,6×MP]  |

<sup>11</sup> W dowodach odwoływać się będziemy również do reguł R1, R2, R3 oraz *Isol*, które (jak wcześniej zaznaczono) są tu regułami wtórnymi. Wyrażenia „z” i „zd”, występujące w wierszach dowodowych, są odpowiednio skrótami wyrażen: „założenie” i „założenie dodatkowe”. Symbole Hp(...) i T znaczą tu odpowiednio: *założenie(liczba przesłanek)* oraz *teza* = dowodzony następnik implikacji.



T1c	$x\epsilon y \rightarrow \pi x\epsilon y$	
	<i>Dem.</i>	
	Hp(1) $\rightarrow$	
(2a)	$z\epsilon x$	[zd1]
(2b)	$z\epsilon y$	[1,2a $\times$ R2]
(2)	$z\epsilon x \rightarrow z\epsilon y$	[2a $\rightarrow$ 2b]
(3)	T	[2 $\times$ I $\pi$ ]
T1d	$\sigma x\epsilon x \wedge \pi x\epsilon \pi x \wedge \pi x\epsilon y \rightarrow x\epsilon y$	
	<i>Dem.</i>	
	Hp(3) $\rightarrow$	
(4)	$A\epsilon x$	[1 $\times$ O $\sigma$ ]
(5)	$A\epsilon x \rightarrow \pi x\epsilon A$	[2 $\times$ O $\pi$ ]
(6)	$\pi x\epsilon A$	[4,5 $\times$ MP]
(7)	$x \subset A$	[6,D $\subset$ ]
(8)	$x\epsilon A$	[4,7 $\times$ R4]
(9)	$A\epsilon x \rightarrow A\epsilon y$	[3 $\times$ O $\pi$ ]
(10)	$A\epsilon y$	[4,9 $\times$ MP]
(11)	T	[8,10 $\times$ R2]
T1	$x\epsilon y \leftrightarrow \sigma x\epsilon x \wedge \pi x\epsilon \pi x \wedge \pi x\epsilon y$	(=A $\epsilon$ )[T1a,T1b,T1c,T1d]
Re	$x\epsilon fy/x\epsilon x$	
	<i>Der.</i>	
	$\vdash$	
(1)	$x\epsilon fy$	[z]
(2)	$x\epsilon fy \rightarrow x\epsilon x$	[1 $\times$ RE $\epsilon$ ]
(3)	$x\epsilon x$	[1,2 $\times$ MP]

### 3. INTERPRETACJA W ONTOLOGII ELEMENTARNEJ

System **BRN1**, podobnie jak **BRN3**, zawiera pewien fragment ontologii elementarnej (**EO**). Pokażemy, że ostatni z systemów ma interpretację w **EO**, co będzie zarazem dowodem na jego niesprzeczność.

Skorzystamy z definicji:

$$\begin{aligned} \text{ODex } ex(x) &\leftrightarrow \Sigma z(z\epsilon x) \\ \text{ODsol } sol(x) &\leftrightarrow \Pi zu(z\epsilon x \wedge u\epsilon x \rightarrow z\epsilon u) \\ \text{OD} \subset x \subset y &\leftrightarrow \Pi z(z\epsilon x \rightarrow z\epsilon y) \\ \text{OD} \Delta x \Delta y &\leftrightarrow \Sigma z(z\epsilon x \wedge z\epsilon y) \end{aligned}$$

Przyjmujemy ponadto definicje funktorów bycia przedmiotem, negacji, mocnej inkluzji, identyzacji zakresowej, identyzacji jednostkowej oraz iloczynu i sumy nazwowej, takie same jak poprzednio.

Symbol  $\alpha$  reprezentuje (tak jak poprzednio) formułę atomową języka **BRN3**,  $s$  i  $t$  dowolne terminy **BRN3**, a  $\Phi$  i  $\Psi$  są zmiennymi przebiegającymi zbiór formuł (atomowych i złożonych) tego języka.

Udowodnimy twierdzenie:

**Twierdzenie 2.**

*System **BRN3** zawiera się inferencyjnie w **OE** przy następującej regule translacji (RT):*

$$\begin{aligned} \varphi(s\epsilon t) &= s\epsilon t \\ \varphi(ex(t)) &= ex(t) \\ \varphi(sol(t)) &= sol(t) \\ \varphi(s \subset t) &= s \subset t \\ \varphi(s \Delta t) &= s \Delta t \\ \varphi(\alpha(\pi x)) &= \Pi z \varphi(z\epsilon x \rightarrow \alpha(z)) \\ \varphi(\alpha(\sigma x)) &= \Sigma z \varphi(z\epsilon x \wedge \alpha(z)) \\ \varphi(\Phi(x\epsilon\dots)) &= x\epsilon\dots \wedge \varphi\Phi && \text{gdzie } \Phi \text{ jest formułą typu } x\epsilon\dots \\ \varphi(z\epsilon x \rightarrow \Phi(z)) &= \Pi z \varphi(z\epsilon x \rightarrow \Phi(z)) && \text{gdzie } z \text{ nie pojawia się w założeniach dowodu} \\ \varphi(\Phi(A)) &= \Sigma z \varphi\Phi(z) && \text{gdzie } A \text{ reprezentuje stałą nazwą pojawiającą się w dowodzie} \\ \varphi(\sim\Phi) &= \sim\varphi(\Phi) \\ \varphi(\Phi \square \Psi) &= \varphi(\Phi) \square \varphi(\Psi) && \text{gdzie } \square \text{ jest dowolnym spójnikiem zdaniowym.} \end{aligned}$$

Dowód tego twierdzenia będzie polegał na pokazaniu, że reguły specyficzne systemu **BRN3** ( $O\pi$ ,  $I\pi$ ,  $O\sigma$ ,  $I\sigma$ ,  $RE\epsilon$ ) oraz definicje specyficzne tego systemu ( $Dex$ ,  $Dsol$ ,  $D\subset$ ,  $D\Delta$ ) są odpowiednio regułami wtórnymi i tezami ontologii elementarnej.

Istotnie, wyżej wymienione reguły specyficzne systemu **BRN3** są regułami wtórnymi **OE** przy tej interpretacji:

$\varphi O\pi$	$\varphi(\alpha(\pi x)/z\epsilon x \rightarrow \alpha(z))$ <i>Der.</i> (1) $\vdash(\alpha(\pi x))$ (2) $\vdash \Pi z\varphi(z\epsilon x \rightarrow \alpha(z))$ (3) $\vdash \varphi(z\epsilon x \rightarrow \alpha(z))$	[z] [1×RT] [2×RT]
$\varphi O\sigma$	$\varphi(\alpha(\sigma x)/A\epsilon x \wedge \alpha(A))$ <i>Der.</i> (1) $\vdash \varphi(\alpha(\sigma x))$ (2) $\vdash \Sigma z\varphi(z\epsilon x \wedge \alpha(z))$ (3) $\vdash \varphi(A\epsilon x \wedge \alpha(A))$	[z] [1×RT] [2×RT]
$\varphi I\sigma$	$\varphi(z\epsilon x \wedge \alpha(z)/\alpha(\sigma x))$ <i>Der.</i> (1) $\vdash \varphi(z\epsilon x \wedge \alpha(z))$ (2) $\vdash \Sigma z\varphi(z\epsilon x \wedge \alpha(z))$ (3) $\vdash \varphi(\alpha(\sigma x))$	[z] [1,OE] [2×RT]
$\varphi RE\epsilon$	$\varphi(x\epsilon y/\beta(y) \rightarrow \beta(x))$	[OE,RT]

Dowód  $\varphi RE\epsilon$ , który z uwagi na jego prostotę pominiemy, jest tu indukcyjny – z uwagi na budowę formuły  $\beta$  – zgodnie z warunkami podanymi przy sformułowaniu reguły  $RE\epsilon$ . Podobnie tezami ontologii elementarnej są definicje specyficzne **BRN3**:

$\varphi Dex$	$\varphi(\epsilon x(x) \leftrightarrow \sigma x\epsilon x)$	[ODex,RT]
$\varphi Dsol$	$\varphi(sol(x) \leftrightarrow \pi x\epsilon \pi x)$ <i>Dem.</i> $\varphi(sol(x)) \leftrightarrow sol(x)$ $\Pi zu(z\epsilon x \wedge u\epsilon x \rightarrow z\epsilon u)$ $\Pi z(z\epsilon x \rightarrow \Pi u(u\epsilon x \rightarrow z\epsilon x))$ $\Pi z(z\epsilon x \rightarrow \varphi(z\epsilon \pi x))$ $\varphi(\pi x\epsilon \pi x)$	[RT] [ODsol] [OE] [RT] [RT]

$$\varphi D_{\subset} \quad \varphi(x_{\subset}y \leftrightarrow \pi x \varepsilon y) \quad [OD_{\subset}, RT]$$

$$\varphi D_{\Delta} \quad \varphi(x_{\Delta}y \leftrightarrow \sigma x \varepsilon y) \quad [OD_{\Delta}, RT]$$

Kończy to dowód tego twierdzenia.

#### 4. UWAGI KOŃCOWE

Przedstawiony wyżej rachunek nazw (**BRN3**) jest istotnym rozszerzeniem rachunku nazw Borkowskiego (**BRN1**). Przykładami formuł nie będących tezami **BRN1**, a dowodliwymi na gruncie **BRN3** są:  $x \varepsilon x \rightarrow x \varepsilon \pi x$  i  $x \varepsilon y \leftrightarrow x \varepsilon \pi x \wedge \pi x \varepsilon y$ <sup>12</sup>.

Konstrukcje tego typu, realizujące ideę bezkwantyfikatorowego rachunku nazw, traktowane jako narzędzia formalne w analizie języka naturalnego, można by stosunkowo prosto wykorzystać do budowy automatycznego translatora ze zdań języka naturalnego, zawierającego wyrażenia kwantyfikujące *wszystkie/pewne* na język formalny (w szczególności język prezentowanych tu bezkwantyfikatorowych rachunków nazwowych)<sup>13</sup>.

#### BIBLIOGRAFIA

- Borkowski L.: Bezkwatyfikatorowy założeniowy system rachunku nazw. Część I, „Roczniki Filozoficzne” 28 (1980), z. 1, s. 133-148. (Wersja angielska: A Quantifier-less Suppositional System of Calculus of Names, [w:] Studies in Logic and Theory of Knowledge, t. 1, Lublin: TN KUL 1985).
- Bezkwatyfikatorowy założeniowy system rachunku nazw. Część II, „Roczniki Filozoficzne” 41 (1993), z. 1, s. 11-21.
- Logiczna analiza wyrażenia jakiś (jakaś, jakieś) *a*, „Roczniki Filozoficzne” 41 (1993), z. 1, s. 5-9.
- Klemensiewicz Z.: Podstawowe wiadomości z gramatyki języka polskiego, wyd. 6, Warszawa: PWN 1970.

<sup>12</sup> Zob. Wojciechowski, *Pewien bezkwantyfikatorowy rachunek nazw*, s. 119 n.

<sup>13</sup> Uzyskane na ich gruncie konsekwencje tych zdań, można by przetłumaczyć z powrotem na język naturalny. Do budowy takiego translatora (i zarazem narzędzia wspomagającego dowodzenie) preferowany byłby język Prolog.

- Wojciechowski E.: Zwischen der Syllogistik und den Systemen von Leśniewski: Eine Rekonstruktion der Idee der Quantifizierung der Prädikate, „Grazer Philosophische Studien“ 48 (1994), s. 165-200.
- Pewien bezkwantyfikatory rachunek nazw, [w:] J. Perzanowski, A. Pietruszczak (red.), Logika & Filozofia logiczna. FLFL 1996-1998, Toruń: Wydawnictwo UMK 2000, s. 109-126.
- Zasada ekstensjonalności dla funktorów inkluzji, „Logika” (Acta Universitatis Wratislaviensis) – [artykuł przyjęty do druku].

A QUANTIFIER-LESS CALCULUS OF NAMES  
WITH THE RULE OF EXTENSIONALITY

Summary

Ludwik Borkowski has constructed a quantifier-less calculus of names (**BRN1**), which is regarded as a base system here. The system can be extended with the use of the deductive power of rules of introduction and omission of functors  $\pi$  and  $\sigma$  (**BRN2**), which serve here as the substitutes of quantifiers. If we adopt the extensionality rule for the functor of singular inclusion (**RE $\epsilon$** ), we obtain yet another extending of the system (**BRN3**) accompanied by simultaneous considerable reduction of the primary rules. The interpretation of the last system in elementary ontology is included.

*Summarised by Eugeniusz Wojciechowski*

**Słowa kluczowe:** bezkwantyfikatory rachunek nazw, reguła ekstensjonalności dla funktora inkluzji jednostkowej, ontologia elementarna, systemy Leśniewskiego.

**Key words:** quantifier-less calculus of names, extensionality rule for the functor of singular inclusion, elementary ontology, Leśniewski's systems.

**Information about Author:** Dr EUGENIUSZ WOJCIECHOWSKI – Philosophy of Nature and Regional Culture History Division, Agriculture University of Cracow; address for correspondence: Al. 29 Listopada 46, PL 31-425 Kraków; e-mail: rlwojcie@cyf-kr.edu.pl