Szkice do bayesowskiej metodologii współczesnej kosmologii

Aleksandra Kurek*
Obserwatorium Astronomiczne, Uniwersytet Jagielloński, Orla 171, 30-244 Kraków, Poland

Łukasz Kukier†
Katedra Fizyki Teoretycznej, Katolicki Uniwersytet Lubelski Jana Pawła II, Al. Racławickie 14, 20-950 Lublin

Marek Szydłowski‡
Centrum Kopernika Badań Interdyscyplinarnych, ul. Gronostajowa 3, 30-387 Kraków, Katedra Fizyki Teoretycznej, Katolicki Uniwersytet Lubelski Jana Pawła II, Al. Racławickie 14, 20-950 Lublin i Centrum Układów Złożonych, Uniwersytet Jagielloński, Reymonta 4, 30-059 Kraków

Paweł Tambor§
Katedra Fizyki Teoretycznej, Katolicki Uniwersytet Lubelski Jana Pawła II, Al. Racławickie 14, 20-950 Lublin

Streszczenie

W pracy pokazujemy, że bayesowski proces zdobywania wiedzy dobrze rekonstruuje sytuacje poznawcze we współczesnej kosmologii, która staje się dziedziną opartą głównie na obserwacjach astronomicznych, misjach satelitarnych i testach astrofizycznych. Kosmologia obserwacyjna realizuje dzisiaj wizję nauki proponowaną przez logiczny empiryzm. Prezentujemy zalety i trudności teorii bayesowskiej konfirmacji (potwierdzania) i wzmacniania hipotez przez nowe świadectwa. Przedstawiamy toczącą się obecnie debatę pomiędzy zwolennikami teorii bayesowskiej i jej przeciwnikami na gruncie kosmologii współczesnej. Dyskusja ta explicite pokazuje, że w interpretacji oraz ocenie danych obserwacyjnych odgrywają założenia filozoficzne dotyczące rozumienia miary

*e-mail:alex@oa.uj.edu.pl
†e-mail: lkukier@op.pl
‡e-mail: uoszydlo@cyf-kr.edu.pl
§e-mail: xpt76@poczta.fm

probabilistycznej (prawdopodobieństwa) hipotezy. Współczesna kosmologia może być więc kontrprzykładem dla koncepcji prof. Woleńskiego o braku założeń filozoficznych w fizyce. Kosmologia rozumiana jako fizyka Wszechświata i tocząca się debata na temat znaczenia analiz bayesowskich może świadczyć o jej uwikłaniu w założenia o charakterze filozoficznym.

1 Wstęp

O naszym wieku zwykło się mówić jako o złotym wieku kosmologii. Tak jest w istocie od czasu gdy w kosmologii otworzyły się możliwości pomiaru pewnych jej parametrów określających to co zwykło się nazywać *standardowym modelem kosmologicznym.* Sytuacja jest w pewnym sensie analogiczna do ukonstytuowania się modelu standardowego cząstek elementarnych. Odkrycia z ubiegłego wieku z dziedziny cząstek elementarnych doprowadziły modelu struktury materii obejmującej swym zasięgiem nie tylko zjawiska ze świata cząstek, lecz również z fizyki jądrowej, atomowej, a także chemii. Wyłonił się standardowy model cząstek, którego większość fizyków uważa za słuszny. Oczywiście ten model posiada pewne luki, lecz posiada logiczną spójną strukturę wewnętrzną z wieloma powiązaniami oraz przede wszystkim moc wyjaśniania i opisu zjawisk. Model ten posiada zbyt wiele parametrów, których wartość trzeba ustalać ręcznie, żeby teoretycy mogli go uważać za teorię fundamentalną zauważa, że jeszcze sto lat temu większość fizyków bez wahania zgodziłaby się, że wiele wielkości fizycznych, którymi się posiłkujemy, używając ich do opisu świata musi być przyjęta jako dane [1, s.108]. Charap podkreśla bardzo istotną dla nas sprawę, że u progu nowego wieku fizycy w większości zgadzają się co do tego, że powinno być możliwe wyprowadzenie *całej podstawowej fizyki* z niewielkiej liczby parametrów (dla ciekawości model standardowy zawiera takich parametrów 260). Analogiczny proces emergencji nastąpił w kosmologii doprowadzając do ukonstytuowania się *standardowego modelu kosmologicznego.* Model ten jest scharakteryzowany poprzez parametry, które uważamy, że powinny być wyznaczone albo z obserwacji albo zostać określone poprzez bardziej fundamentalną teorię. W tym momencie do gry wchodzi kosmologia obserwacyjna, w której istotną rolę odgrywa stawianie hipotez oraz ich potwierdzanie i wzmacnianie. Celem kosmologii jako teorii efektywnej staje się wyznaczenie parametrów z pomysłowością oraz precyzją. W pracy pokażemy, że sposób zdobywania wiedzy we współczesnej kosmologii można zrekonstruować w ramach *metodologii bayesowskiej.* Sytuacja jest w pewnym sensie podobna do tej, którą napotykamy w ekonometrii, gdzie mamy do czynienia z ogromnymi strumieniami danych, podobnie do kosmologii, i zmierzamy w kierunku opisu teorii ekonomicznej oddającej złożoność gospodarki[1].

[1] dane te posiadają swoją cenę w odróżnieniu od danych astronomicznych, które są rozdawane po zerowych kosztach

2 Kosmologia 2008 jako teoria efektywna

Pojęcie *teorii efektywnej* staje się, w kontekście współczesnej kosmologii, niezwykle ciekawym zjawiskiem metodologicznym. Dzieje się tak przede wszystkim dlatego, że ten predykat efektywności wyzwala się z czysto intuicyjnej interpretacji, która nadaje tę cechę teorii za jej skuteczność. Wyrażenie *teoria efektywna* staje się powoli terminem technicznym o jasno zarysowanych własnościach. Ta część naszej pracy będzie po pierwsze próbą wskazania na specyficzne cechy teorii efektywnych w kontekście kosmologicznym; po drugie zarysowaniem ogólnego planu metodologicznej dyskusji dotyczącej relacji teorii efektywnych do teorii i modeli jako jakich, a także do możliwości istnienia teorii fundamentalnej.

Jak wygląda ten metodologiczny obraz teorii kosmologicznych? Teorie te, próbując opisywać dynamikę Wszechświata jako całości, opierają się na Ogólnej Teorii Względności, bądź jej odmianach. Do materii wypełniającej Wszechświat aplikuje się emergentne teorie fizyczne, takie jak teoria oddziaływań elektrosłabych Weinberga–Salama, chromodynamika kwantowa oraz inne efektywne teorie fizyczne, które opisują Wszechświat do coraz wyższych energii oddziałujących cząstek.

Korzystając z naziemnych i kosmicznych laboratoriów kosmologia współczesna przestaje być wyłącznie nauką dedukcyjną. W ostatnich latach dokonało się zasadnicze przejście w metodologii badań od badania jakościowych własności różnych rozwiązań równań Einsteina na rzecz wyznaczania parametrów kosmologicznych. Zmienia się przy tym rozumienie samego modelu kosmologicznego. Mniejszy nacisk położony jest na analizę modelu jako struktury; model to przede wszystkim zbiór parametrów. Badania empiryczne otwierają możliwość wyznaczania parametrów kosmologicznych. W procesie formułowania się *kosmologicznego modelu standardowego* istotną rzeczą staje się zatem nie tylko kwestia potwierdzenia (ewentualnie falsyfikacji modelu), ale także selekcja modeli. Ta natomiast dotyczy zarówno modeli jako takich, jaki i parametrów. W tym procesie niezwykle ważne jest wyodrębnienie tzw. parametrów istotnych, czyli takich, które w wystarczający i zupełny sposób konstytuują model.

Ta nowa metodologia badań naukowych bazuje naturalnie na świadomości, że kosmologowie dysponują pewnym modelem teoretycznym, co do którego jesteśmy pewni, że z grubsza opisuje dzisiejszy Wszechświat oraz daje poprawne predykcje procesów fizycznych zachodzących w jego przeszłości. Jak pokazują nasze wcześniejsze prace [cytować prace Kurek-Szydłowski, *Kryterium Akaike: prostota w języku statystyki*[2]] dotyczące różnych metod selekcji modeli, różne kryteria faworyzują różne cele badawcze: kryterium AIC maksymalizuje dokładność predykcji; BIC próbuje określić maksymalne zbliżenie modelu teoretycznego do prawdziwego modelu. Oczywiście kosmologowie są świadomi także fizycznych ograniczeń przyjętego modelu, chociażby przez fakt, że Wszechświat nie jest ściśle jednorodny i izotropowy, lecz na gruncie tego modelu realizowana jest funkcja testowania teorii z uwagi na proste formuły na obserwable. Skonstruowany przy koniecznych założeniach idealizacyjnych model posiada moc przewidywania nowych faktów, takich jak np. przyśpieszona ekspansja Wszechświata. Dzięki odkryciu nowych faktów obserwacyjnych

[2]Praca złożona do Roczników Filozoficznych KUL

dokonuje się korekt samej teorii, a w konsekwencji jej ściślejsze powiązanie z obserwacją. Zatem we wszelkich rozważaniach teorio–modelowych należy, właśnie z racji tego związku teorii z obserwacjami w procesie selekcji i konfirmacji hipotezy, uwzględnić swoistą temporalność rozwiązań.

Coraz częściej pojawiają się także prace, które stanowią próbę wyjścia poza model grawitacji opartej na einsteinowskich równaniach pola i poszukiwać rozwiązań (problemu ciemnej energii) w modyfikacji tych równań[3].

W przypadku współczesnej kosmologii naocznie widać, że składnikami teorii Wszechświata nie są uniwersalne prawa, odnoszące się do całości, lecz modele, które są konstruowane, by realizować bardzo specyficzne cele badawcze. Co więcej, obserwacja tych struktur teorio–modelowych jawnie pokazuje, że modele są nabudowywane na modelach. Rozważana struktura, którą tworzą teorie efektywne, może być zatem rozpatrywana na kilku płaszczyznach:

- Teorie synchronicznie bazują na sobie, posiłkują się nawzajem. W kosmologii wygląda to następująco: scenariusz ewolucyjny Wszechświata jest nabudowany nie tylko na zakładanym modelu geometrycznym czasoprzestrzeni, ale równiej na różnych modelach fizycznych[4]. Gdy chcemy na przykład interpretować obserwacje, powiedzmy SNIa, musimy założyć model supernowej, co jest ważne dla interpretacji tzw. krzywych blasku. Czyli mamy konstrukcje – modele na modelach, a to, co nazywamy kosmologią, stanowi w istocie konstrukcję bardzo złożoną, ponieważ te modele z kolei opierają sie na innych.

- Teorie przechodzą jedna w drugą przy przejściach granicznych, tworząc emergentny szereg wzajemnie warunkujących się propozycji teoretycznych.

- Teoria efektywna rozwija się pod wpływem nowych świadectw empirycznych. W tym miejscu na arenę wkraczają techniki konfirmacji bayesowskiej. Dobrą sytuacją obra-

[3]Obok koncepcji ciemnej energii jako pewnego rodzaju substancji napędzającej przyspieszającą ekspansję Wszechświata istnieje koncepcja, że źródłem tej akceleracji jest fakt, że równania Einsteina nie są poprawnym opisem ewolucji Wszechświata na jego obecnym etapie. W związku z tym konstruowane są modele kosmologiczne o symetrii R-W na gruncie uogólnień teorii grawitacji. Propozycji jest bardzo wiele począwszy od oparcia opisu grawitacji na skalarno-tensorowej teorii Dickego-Bransa do tzw. nieliniowych uogólnień teorii grawitacji opartej na uogólnionym lagrangianie dla grawitacji, tj. $L = L(R)$, gdzie R jest skalarem Ricciego. W tych teoriach równania Friedmana przyjmują postać standardowych plus pewne poprawki wynikające z tych uogólnień. Efekty dodatkowych poprawek są interpretowane jako niesubstancjalna ciemna energia, o ile prowadzą do przyspieszonej ekspansji Wszechświata. Bardzo ważną klasę uogólnień klasycznej grawitacji stanowią tzw. modele branowe otrzymane przy założeniu, że Wszechświat posiada dodatkowe wymiary, natomiast nasza czasoprzestrzeń jest pewną hiperpowierzchnią w tej wielowymiarowej czasoprzestrzeni. Zakłada się, że równania Einsteina obowiązują na wielowymiarowej czasoprzestrzeni, tak że na branie równania Friedmana posiadają dodatkowe człony jako konsekwencja zanurzenia brany w wielowymiarowej czasoprzestrzeni. Najpopularniejszym modelem tej kategorii jest model Dvali -Gabadadze-Porrati, który wyjaśnia akcelerację. Póki co równania Einsteina sa starannie testowane poprzez pomiary w naszym układzie planetarnym i w tej skali wynik jest następujący: Einstein trzyma sie dobrze(Damour i inni) [2, 3, 4].

[4]Przykłady: proces nukleosyntezy, która zachodzi np. w gwiazdach; model opisujący zachowanie plazmy gluonowo-kwarkowej przez kwantową chromodynamike; modele mechanizmów promieniowania, itd.

zującą to zjawisko byłoby porównanie stopnia potwierdzenia dwóch hipotez: modeli CDM i LCDM, ale na podstawie danych empirycznych dostępnych w latach 90-tych. Sytuacja wygląda tak, że ówczesne dane nie są w stanie wyselekcjonować *lambdy* jako nowego istotnego parametru, czyli LCDM i CDM sa statystycznie nieodróżnialne przy aktualnych danych. Być może to jest przykład paradoksu Goodmanna w wersji kosmologicznej.

3 Bayesowska teoria konfirmacji

Współczesna filozofia nauki ma charakter pluralistyczny. Jednym z przejawów tej różnorodności jest bayesianizm (bayesowska teoria konfirmacji), który wpisuje się w wizję uprawiania nauki proponowaną przez logiczny empiryzm [5, 6] - konfirmowania (potwierdzania) hipotez, teorii na podstawie świadectw empirycznych. Podejście bayesowskie odwołuje się do ilościowego i jakościowego ujęcia konfirmacji. W aspekcie ilościowym jest to wnioskowanie zawodne polegające na potwierdzaniu hipotez, teorii w oparciu o dane empiryczne poprzez wyznaczanie miar probabilistycznych (prawdopodobieństw) tych hipotez, teorii, mianowicie subiektywnych (bayesowskich) prawdopodobieństw. Narzędziem pozwalającym na obliczanie rozważanych miar jest twierdzenie Bayesa. W aspekcie jakościowym eksplikuje się związki pomiędzy hipotezami, teoriami, a obserwacjami, które je konfirmują. Wymiar jakościowy jest logicznie pierwotny względem ilościowego - do określenia stopnia konfirmacji musimy znać związek zachodzący między zdaniem konfirmowanym a raportem obserwacyjnym.

3.1 Bayesowska (współczesna) definicja prawdopodobieństwa

W bayesowskiej interpretacji prawdopodobieństwa[5] rezygnuje się z pojęcia *losowej natury zjawiska*, a co za tym idzie z pojęcia *zmiennej losowej* i *zdarzenia losowego*. Zdarzenia losowe zastępuje się zdaniami, tezami, z tymże każde zdarzenie (losowe i elementarne) można wyrazić w postaci zdania, tezy. Do operacji na zdaniach służy logika zdań, oparta na algebrze Boole'a [8], w której podstawowe operacje to negacja, suma logiczna i iloczyn logiczny. Ponadto we współczesnej teorii prawdopodobieństwa odrzuca się pojęcie typowe dla statystycznego podejścia do miary probabilistycznej, mianowicie pojęcie *populacji*. Historycznie rzecz ujmując powrót do bayesowskiej wizji prawdopodobieństwa - J. Bernoulii (1654-1705), P. S. Laplace (1749-1827) nastąpił w latach dwudziestych i trzydziestych XX-go wieku. Do najwybitniejszych przedstawicieli tego podejścia zaliczani są: J. M. Keynes [9], E. T. Jaynes [10], H. Jeffreys [11] oraz B. De Finetti [12].

[5]Koncepcja prawdopodobieństwa została również sformułowana przez Poppera. Trzy podstawowe cechy tej teorii to: (1) formalność - nie zakłada żadnej określonej interpretacji prawdopodobieństwa, jednak dopuszcza wszystkie znane podejścia do miary probabilistycznej, (2) autonomiczność - probabilistyczne wnioski wyprowadza się z przesłanek probabilistycznych tzn. probabilistyka to metoda przekształcania jednych prawdopodobieństw w drugie, (3) symetryczność - przy danym prawdopodobieństwie $P(b|a)$ mamy zawsze prawdopodobieństwo $P(a|b)$, nawet gdy $P(b) = 0$, gdzie a, b należą do S-uniwersum dyskursu, czyli systemu elementów dopuszczalnych. Szersze omówienie formalnej teorii prawdopodobieństwa Poppera występuje w [7].

Podamy bayesowską definicję prawdopodobieństwa. Mianowicie jest to miara subiektywnego przekonania (liczbowy stopień subiektywnego przekonania) o prawdziwości hipotezy H (zdania, sądu logicznego) na podstawie świadectw empirycznych E (zdania, sądu logicznego opisującego świadectwa empiryczne). Miara ta wyznaczana jest przy użyciu twierdzenia Bayesa:

$$P(H|E) = \frac{P(H) \cdot P(E|H)}{P(E)} = \frac{P(H) \cdot P(E|H)}{\sum_i P(H_i) \cdot P(E|H_i)} \tag{1}$$

gdzie H - hipoteza pierwotna, $H|E$ - hipoteza wtórna, gdzie H i $H|E \in R$ oraz

$$\bigcup_i H_i = T \mathrm{i} H_i \wedge H_j = \emptyset = \neg T \bigwedge i, j \Rightarrow E = \bigcup_i E \wedge H_i \tag{2}$$

gdzie T - tautologia (zdanie zawsze prawdziwe), $\emptyset$ - zdanie zawsze fałszywe.
Definicja ta jest subiektywna ze względu na aprioryczny wybór rozkładu H - $P(H)$ określonego na zbiorze zdań. Prior $P(H)$, który nazywany jest również nieinformacyjnym (obiektywnym) rozkładem H odzwierciedla stan braku wiedzy o hipotezie H.

Interpretacja taka tzn. opierająca się jedynie na uzyskanych świadectwach empirycznych może zostać istotnie uzupełniona o czynnik niejako nakładający ograniczenia na dane wykorzystywane do konfirmacji danej tezy - pewną wiedzę o zagadnieniu dotyczącym rozpatrywanej tezy. Zatem bayesowska teoria prawdopodobieństwa pozwalająca na dokonanie oceny stopnia racjonalnego zaufania (degree of belief) wobec hipotezy H może bazować na dwóch informacjach (zdaniach, tezach). Mianowicie na: (1) danych empirycznych D uzyskanych w wyniku obserwacji oraz (2) pewnej nagromadzonej wiedzy W o zagadnieniu dotyczącym rozważanej hipotezy H. W tym ujęciu przez $P(H|W)$ będziemy rozumieć prawdopodobieństwo a priori (prior, prawdopodobieństwo zaczątkowe), natomiast przez $P(H|D \wedge W)$[6] prawdopodobieństwo a posteriori (posterior, prawdopodobieństwo wynikowe). Zauważmy, iż rozróżnienie na D i W może być często bardzo użyteczne, albowiem wyniki z poprzedniego eksperymentu mogą być uznane za element W lub D.
Każdej rozpatrywanej hipotezie (tezie) H przypisujemy, na podstawie posiadanych informacji I, określoną sposobność[7] (hipotezę) $H|I$, czyli nasze zaufanie (ufność) do danej tezy H w świetle I. Fundament tak rozumianej bayesowskiej definicji prawdopodobieństwa stanowią dezyderaty spójnego wnioskowania [13]:
I. Sposobność każdej tezy wyraża się liczbą rzeczywistą oraz (1) mała zmiana sposobności implikuje małą zmianę jej prawdopodobieństwa, (2) większej sposobności odpowiada większa wartość jej prawdopodobieństwa.
II. Jakościowa zgodność ze zdrowym rozsądkiem.
III. Dezyderat konsekwentnych i rzetelnych studiów zagadnienia:
(a) Jeśli konkluzję można wydedukować więcej niż jedną drogą, wszystkie metody muszą

[6] Osąd ten nie może wybiórczo traktować żadnego z warunków W lub D, ponieważ pozostawałoby to sprzeczne z dezyderatem spójnego wnioskowania - przy zgłębianiu problemu muszą być wzięte pod uwagę wszystkie istotne dla zagadnienia informacje, bez ich cenzurowania (patrz niżej).

[7] Relacja sposobności nie musi istnieć pomiędzy wszystkimi tezami. Taka sytuacja ma miejsce, gdy nie ma logicznego związku między H i I.

doprowadzić do tej samej sposobności.
(b) Przy zgłębianiu problemu muszą być wzięte pod uwagę wszystkie istotne dla zagadnienia informacje, bez ich cenzurowania.
(c) Jeśli w dwóch lub więcej problemach stan wiedzy jest ten sam, wszystkim tym problemom musi być przypisany ten sam poziom sposobności.
Bazując na rachunku logicznym zdań (logice zdań opartej na algebrze Boole'a) i dezyderatach spójnego wnioskowania można pokazać [13] prawa operowania sposobnościami $H|I$, gdzie H - rozpatrywane zdanie, I - posiadane informacje.

W ramach bayesowskiej definicji miary probabilistycznej często przyjmuje się, że jeśli nie ma żadnych racjonalnych przesłanek, aby preferować jedną hipotezę nad drugą, to należy przyjąć, że są one jednakowo prawdopodobne. Inaczej to ujmując: jeśli nic nie wiemy a priori o poszczególnych możliwych hipotezach, prawdopodobieństwa tych hipotez powinniśmy przyjąć równe. Zasadę tą nazywa się zasadą nieistotności (*principle of indifference*)[8]. W terminach sposobności zasada nieistotności przyjmuje postać:

$$P(A_i|W) = \frac{1}{N}, i = 1, \ldots, N \tag{3}$$

gdzie (a) przynajmniej jedna z hipotez $A_i, i = 1, \ldots, N$ jest prawdziwa na podstawie wiedzy W tzn. $A_1 \vee \ldots \vee A_N|W$ ma wartość logiczną jeden, (b) wiedza W implikuje, że $A_i \wedge A_j = \emptyset$ dla $i \neq j$, czyli zdania A_i wzajemnie się wykluczają, (c) $A_1 \vee \ldots \vee A_N = T$ w świetle W, czyli hipoteza $A_1 \vee \ldots A_N$ jest tezą pewną (zawsze prawdziwą). Warto podkreślić, że zasada ta jest bardzo ważna z tego względu, że pokazuje jak informacja zawarta w wiedzy W prowadzi do wartości liczbowych dla miary probabilistycznej P.

Określenie kryterium wyboru priorów[9] jest przedmiotem sporu. Bayesianiści dzielą się w tej materii na dwie grupy: bayesianistów obiektywnych (m. in. E. T. Jaynes [10], H. Jeffreys [11], R. D. Rosenkrantz [14]) i subiektywnych[10](m. in. B. De Finetti [12], C. Howson [15] i P. Urbach [15]). Pierwsi wprowadzają takie kryteria, natomiast drudzy są temu przeciwni. Przykłady ograniczeń nałożonych na wybór priorów to: zasada nieistotności oraz wyznaczanie priorów metodą maksymalnej entropii - E. T. Jaynes, R.D. Rosenkrantz.

Wprowadzimy podstawowe prawa prawdopodobieństwa [16], na których bazuje subiektywna definicja prawdopodobieństwa:
Niech E i H oznaczają zdania (sądy logiczne). Wartość logiczna zdania $E|H$, czyli E pod warunkiem H jest: (1) prawdziwa, gdy E i H są prawdziwe, (2) fałszywa, gdy E jest fałszywe i H jest prawdziwe, (3) nieznana, gdy H jest fałszywe. Ponadto pomiędzy dowolną tezą E a tautologią T zachodzą związki:

$$E \subseteq T \Rightarrow E \wedge T = T \text{oraz} E \vee \overline{E} = T \tag{4}$$

[8]Nazwa ta pochodzi od Keynes'a. Inne nazwy to zasada niedostateczności (*principle of insufficient reason*) - Laplace'a i postulat Bayesa.

[9]Kwestia ta tzn. przypisywanie miar probabilistycznych hipotezom pierwotnym okaże się bardzo istotna w eksplikacji związku bayesianizmu z założeniami filozoficznymi.

[10]Określa się ich często personalistami.

Każdy z rozkładów zdań tzn. $P(\cdot)$ i $P(\cdot|\cdot)$ [11] zdefiniowanych na skończonym zbiorze zdań $\widetilde{B}$[12] o wartościach z przedziału $\langle 0,1\rangle$ tzn. $P(\cdot) : \widetilde{B} \rightarrow \langle 0,1\rangle$, gdzie $\cdot$ oznacza zdanie (sąd logiczny) spełnia następujące aksjomaty:
(i) $P(\cdot) \in \langle 0,1\rangle$ - nie negatywność,
(ii) $P(T) = 1$ - normalizacja, T - tautologia,
(iii) $P(E \vee H) = P(E) + P(H)$, gdy $E \wedge H \equiv \emptyset = \neg T$ (zdanie zawsze fałszywe) - skończona addytywność[13]. Zdania spełniające ten warunek są logicznie niezależne.
Z aksjomatów (i)-(iii) można wyprowadzić następujące własności:

$$P(E) = 1 - P(\overline{E}), P(\emptyset) = 0, \text{jeżeli} E \subseteq H \text{to} P(E) \leqslant P(H) \quad (5)$$
$$P(E \vee H) = P(E) + P(H) - P(E \wedge H) \quad (6)$$
$$P(E \wedge H) = P(E|H) \cdot P(H) = P(H|E) \cdot P(E) \quad (7)$$

Ponadto warunek niezależności tez tzn. $P(E \wedge H) = P(E)P(H)$ jest równoważny warunkom: $P(E|H) = P(E)$ i $P(H|E) = P(H)$. Jeżeli $P(E|H) \neq P(E)$ (tezy E oraz H nie są niezależne - są zależne), to zdania E i H są skorelowane[14]. Gdy zdanie H warunkujemy tym samym zdaniem H tzn. $H|H$, to prawdopodobieństwo takiej tezy wynosi 1[15]: $P(H|H) = 1$.
W najbardziej ogólnym (i realistycznym) przypadku E i H są warunkowane przez trzecią tezę H_0, mianowicie:

$$P(E|H, H_0) = \frac{P(E \wedge (H|H_0))}{P(H|H_0)} \quad (8)$$

Twierdzenie Bayesa przy użyciu zdania H_0 zapisujemy w postaci:

$$P(H|E, H_0) = \frac{P(H|H_0) \cdot P(E|H, H_0)}{\sum_i P(H_i|H_0) \cdot P(E|H_i, H_0)} \quad (9)$$

Rozważmy aplikacje subiektywnego podejścia do prawdopodobieństwa:
(I) Rozpatrzmy przykład z monetą. Mianowicie niech H_1, H_2, H_3, E będą następującymi zdaniami (hipotezami):
H_1 - na obu stronach monety jest orzeł,
H_2 - na obu stronach monety jest reszka,
H_3 - moneta jest prawidłowa tzn. na jednej stronie jest orzeł i na drugiej reszka,
E - w trzech rzutach monetą wypadły trzy reszki.
Chcemy określić prawdopodobieństwo hipotezy: na obu stronach monety jest reszka pod

[11] $\cdot|\cdot$ jest też zdaniem.
[12] Jest to zupełny zbiór zdań zamknięty ze względu na operacje Boole'a.
[13] Jest ona szczególnym przypadkiem σ-addytywności (przeliczalnej addytywności): $P(\bigcup_{n=1}^{\infty} E_n) = \sum_{n=1}^{\infty} P(E_n)$, gdzie (E_n) to zdania należące do nieskończonego zbioru zdań oraz $E_i \wedge E_j \equiv \neg T$ dla każdego i, j.
[14] Mianowicie: (1) E i H są pozytywnie skorelowane, gdy $P(E|H) > P(E)$, (2) E i H są negatywnie skorelowane, gdy $P(E|H) < P(E)$.
[15] $P(E|H) = \frac{P(H \wedge E)}{P(H)} = |H = E| = 1$.

warunkiem, iż w trzech rzutach monetą wypadły trzy reszki. W tym celu korzystamy z twierdzenia Bayesa:

$$P(H_2|E) = \frac{P(H_2) \cdot P(E|H_2)}{P(H_1) \cdot P(E|H_1) + P(H_2) \cdot P(E|H_2) + P(H_3) \cdot P(E|H_3)}, \tag{10}$$

gdzie

$$\bigcup_i H_i = T \text{i} H_i \wedge H_j = \emptyset = \neg T \bigwedge i, j \tag{11}$$

oraz T - tautologia (zdanie zawsze prawdziwe), $\emptyset$ - zdanie zawsze fałszywe.
Zauważmy, że w podanym wyżej twierdzeniu Bayesa kluczową sprawą, wpływającą na wartość liczbową rozważanego prawdopodobieństwa, jest wybór rozkładów a priori (priorów) hipotez pierwotnych - $P(H)$. Wyboru tego dokonujemy w sposób arbitralny. Ustalmy, iż $P(H_1) = 0.5$, $P(H_2) = 0.3$, a stąd na mocy sumowania się priorów do jedynki mamy: $P(H_3) = 0.2$. Następnie na podstawie klasycznej definicji prawdopodobieństwa[16] określamy prawdopodobieństwo hipotezy: w trzech rzutach monetą, na której na obu stronach jest orzeł wypadły trzy reszki - $P(E|H_1) = 0$, prawdopodobieństwo zdania: w trzech rzutach monetą, na której na obu stronach jest reszka wypadły trzy reszki - $P(E|H_2) = 1$, prawdopodobieństwo zdania: w trzech rzutach monetą prawidłową (na jednej stronie orzeł i na jednej stronie reszka) wypadły trzy reszki - $P(E|H_3) = \frac{1}{8}$. Podstawiając wszystkie prawdopodobieństwa hipotez do twierdzenia Bayesa mamy:

$$P(H_2|E) = 92.3\% \tag{12}$$

Prawdopodobieństwo szukanej hipotezy: na obu stronach monety jest reszka pod warunkiem, że w trzech rzutach monetą wypadły trzy reszki wynosi 92.3%. Zauważmy jednak, że przy innym wyborze miar probabilistycznych priorów dostaniemy inną wartość prawdopodobieństwa tej hipotezy.
(b) Rozpatrzmy przykład z zachorowalnością na raka. Niech H_1, H_2, E będą następującymi zdaniami (hipotezami):
E - rozważamy populację 5000 osób, z których 250 choruje na raka,
H_1 - osoba z rozważanej populacji choruje na raka,
H_2 - osoba z rozważanej populacji nie choruje na raka.
Chcemy określić prawdopodobieństwo hipotezy: osoba z rozważanej populacji choruje na raka pod warunkiem, że rozważamy populację 5000 osób, z których 250 choruje na raka. W tym celu podobnie jak w poprzednim przykładzie korzystamy z twierdzenia Bayesa:

$$P(H_1|E) = \frac{P(H_1) \cdot P(E|H_1)}{P(H_1) \cdot P(E|H_1) + P(H_2) \cdot P(E|H_2)} \tag{13}$$

Przyjmijmy następujące prawdopodobieństwo prioru: $P(H_1) = 0.4$, stąd $P(H_2) = 0.6$. Ponadto odwołując się do klasycznej definicji prawdopodobieństwa określamy miarę probabilistyczną zdania: z rozważanej populacji wybieramy osobę chorą na raka - $P(E|H_1) =$

[16] Każde zdarzenie losowe i elementarne może być ujęte w zdaniu (hipotezie).

$\frac{250}{5000}$ i prawdopodobieństwo zdania: z rozważanej populacji wybieramy osobę zdrową - $P(E|H_2) = \frac{4750}{5000}$. Wstawiając wszystkie prawdopodobieństwa hipotez do twierdzenia Bayesa mamy:

$$P(H_1|E) = 3.3\% \tag{14}$$

Prawdopodobieństwo szukanej hipotezy: osoba z rozważanej populacji choruje na raka pod warunkiem, że rozważamy populację 5000 osób, z których 250 choruje na raka jest równe 3.3%.

(III) Rozważmy jeszcze jeden przykład z zachorowalnością na raka. Niech H_1 oznacza zdanie: jedna osoba na 20000 choruje na raka. Prawdopodobieństwo tego zdania wynosi $\frac{1}{20000}$: $P(H_1) = \frac{1}{20000}$. Załóżmy, że mamy test, który ma dwa możliwe wyniki: ujemny $(-)$ i dodatni $(+)$. Ponadto test ten daje fałszywy ujemny wynik z prawdopodobieństwem β i fałszywy dodatni wynik z prawdopodobieństwem α. Ujmując to formalnie: $\alpha = P(+|\overline{H_1})$ oraz $\beta = P(-|H_1)$, gdzie $\overline{H_1}$ oznacza zdanie: jedna osoba na 20000 nie choruje na raka. Przyjmijmy, że $\alpha = 0.03$, a $\beta = 0.06$. Chcemy określić prawdopodobieństwo hipotezy, że dana osoba jest rzeczywiście chora, czyli następującej hipotezy: jedna osoba na 20000 choruje na raka pod warunkiem, że wynik testu jest dodatni. W tym celu stosujemy twierdzenie Bayesa:

$$\begin{aligned} P(H_1|+) &= \frac{P(H_1)\cdot P(+|H_1)}{P(H_1)\cdot P(+|H_1) + P(\overline{H_1})\cdot P(+|\overline{H_1})} = \\ &= \left| \begin{array}{c} P(+|H_1) + P(-|H_1) = P(+|H_1) + \beta = 1 \\ P(+|\overline{H_1} = \alpha \\ P(H_1) + P(\overline{H_1}) = 1 \end{array} \right| = \\ &= \frac{P(H_1)(1-\beta)}{P(H_1)(1-\beta) + (1 - P(H_1))\cdot\alpha} = 0.156\% \end{aligned} \tag{15}$$

Zatem prawdopodobieństwo szukanej hipotezy wynosi 0.156%.

3.2 Bayesowska teoria konfirmacji: główne zagadnienia i trudności

Jak zostało zaznaczone we wstępie tej części pracy bayesowska teoria konfirmacji[17] to teoria rozumowania naukowego, w której kluczową rolę odgrywa konfirmacja hipotez, teorii w oparciu o świadectwa empiryczne. Zostanie ona teraz bliżej omówiona[18], ze szczególnym uwzględnieniem jej trudności i roli założeń filozoficznych mogących mieć swoje odzwierciedlenie we współczesnej kosmologii. Bayesianizm można określić [21] jako ilościową i normatywną teorię racjonalności naukowej rozpatrywaną w aspekcie synchronicznym i diachronicznym:

[17] Bayesianiści tacy jak - J. Earman, P. Urbach i C. Howson [15, 17] stoją na stanowisku, że bayesowska teoria konfirmacji nadaje się nie tylko do analizy pojęcia konfirmacji, ale też innych zagadnień tradycyjnie rozpatrywanych w filozofii nauki m. in. rewolucyjne zmiany w nauce T. Kuhna, obiektywność nauki (zbieżność miar probabilistycznych *a posteriori* hipotez przy różnych rozkładach pierwotnych hipotez), kryterium odróżniania hipotez ad hoc.

[18] Szersza analiza tego zagadnienia - patrz [18, 19, 20].

- Twierdzenia, hipotezy są racjonalne *synchronicznie*, gdy spełniają aksjomaty nałożone na prawdopodobieństwo[19] tzn. aksjomaty (i)-(iii) oraz wyprowadzone na tej podstawie twierdzenie Bayesa.
  Rozważmy to na przykładzie: niech $P(E|H) = 1$ - hipoteza H implikuje dane E. Wtedy na mocy twierdzenia Bayesa mamy: $P(H|E) = \frac{P(H)}{P(E)}$. Stąd im mniejsze $P(E)$, tym bardziej dane empiryczne potwierdzają hipotezę H - $P(H)$ jest większą wielokrotnością $P(H|E)$. Zatem sytuacja: dana hipoteza H wyjaśnia świadectwa E generuje następującą zależność: większe prawdopodobieństwo E pociąga większy stopień konfirmacji hipotezy H na podstawie danych E.

- W aspekcie *diachronicznym* zmiany twierdzeń, hipotez są wyznaczone przez zasadę (regułę) warunkowania mówiącą w jaki sposób uaktualniać miarę probabilistyczną twierdzeń, hipotez po otrzymaniu nowych danych empirycznych.

Jeśli spełnione są aksjomaty (i)-(iii) i zasada warunkowania, czyli podstawowe (minimalne) elementy bayesianizmu[20], to mamy do czynienia z bayesianizmem standardowym.
Twierdzenie Bayesa wyprowadza się w oparciu o: (1) aksjomaty (i)-(iii), czyli nienegatywność, normalizację i skończoną addytywność, (2) prawdopodobieństwo warunkowe $P(H|E) = \frac{P(H \wedge E)}{P(E)}$. Ujmując to dokładniej:

$$P(H|E) = \frac{P(H \wedge E)}{P(E)} \Rightarrow P(H \wedge E) = P(H|E)P(E) \tag{16}$$

$$P(E|H) = \frac{P(H \wedge E)}{P(H)} \Rightarrow P(H \wedge E) = P(E|H)P(H) \tag{17}$$

Po porównaniu $P(H \wedge E)$ otrzymujemy twierdzenie Bayesa tzn. $P(H|E) = \frac{P(H)P(E|H)}{P(E)}$.
Twierdzenia Bayesa można również dowieść inną metodą, mianowicie przy użyciu aksjomatów Coxa:

$$P(\neg\alpha|H) := G[P(\alpha|H)] \tag{18}$$

Aksjomat ten mówi, że prawdopodobieństwo negacji wniosku α pod warunkiem hipotezy H zależy tylko od prawdopodobieństwa wniosku α pod warunkiem hipotezy H, gdzie G - funkcja wybrana arbitralnie.

$$P(\alpha \wedge \beta|H) := F[P(\alpha|\beta H), P(\beta|H)] \tag{19}$$

Aksjomat ten stwierdza, że prawdopodobieństwo tego, że wnioski α i β są prawdziwe pod warunkiem hipotezy H zależy od prawdopodobieństwa wniosku β pod warunkiem hipotezy H - $P(\beta|H)$ i prawdopodobieństwa wniosku α pod warunkiem hipotezy H połączonej

[19] Sytuację, w której bayesowska teoria konfirmacji spełnia te aksjomaty określana jest jako *postulat konsekwencji (requirement of coherence)*.

[20] Logika indukcji Carnapa jest odmianą bayesowskiej teorii konfirmacji w przypadku, gdy bayesianizm będzie zawierał te cztery podstawowe elementy. W przypadku gdyby Carnap odrzucił inne sposoby uaktualniania miar probabilistycznych hipotez niż zasada warunkowania tak by nie było - Carnap do zasady warunkowania włącza parametry mające wpływ na uaktualnianie miar probabilistycznych hipotez.

z założeniem, że poprzedni wniosek β jest prawdziwy - $P(\alpha|\beta H)$. F podobnie jak w poprzednim aksjomacie to arbitralnie wybrana funkcja.
Na mocy tych dwóch aksjomatów Coxa i założenia, że prawdopodobieństwo jest liczbą rzeczywistą[21] wykazuje się[23] twierdzenie Bayesa.

Zasada warunkowania (conditionalization rule)[22] jest jedną z fundamentalnych zasad w bayesowskiej teorii konfirmacji. Pozwala ona bowiem uaktualniać naszą wiedzę w świetle nowych danych. Reguła ta[23] polega na systematycznym stosowaniu twierdzenia Bayesa po otrzymaniu kolejnych świadectw empirycznych (modyfikowaniu naszej wiedzy o hipotezach w oparciu o nowe świadectwa empiryczne), gdzie rozkłady wtórne hipotez (rozkłady a posteriori hipotez) z wcześniejszych etapów służą jako rozkłady pierwotne (priory) w następnych etapach. Jej działanie zilustrujmy przykładem z monetami (patrz przykład (I):
W przykładzie tym używając twierdzenia Bayesa wyznaczyliśmy prawdopodobieństwo hipotezy: na obu stronach monety jest reszka pod warunkiem, że w trzech rzutach monetą wypadły trzy reszki. Czyli określiliśmy jak zmieniło się prawdopodobieństwo hipotezy H_1: na obu stronach monety jest reszka, które wybraliśmy w arbitralny sposób po otrzymaniu danych E: w trzech rzutach monetą wypadły trzy reszki. Załóżmy, że zebraliśmy nowe dane E_1: w dwóch rzutach monetą wypadła reszka. Mając je do dyspozycji uaktualniamy naszą wiedzę o hipotezie H_1 (uaktualniamy nasze prawdopodobieństwo a posteriori $P(H_1|E)$ w następujący sposób: przyrównujemy posterior $P(H_1|E) = 92.3\%$ do prioru z następnego twierdzenia Bayesa zastosowanego dla danych E_1 - $P(H_1|E_1) = 78.6\%$. Po otrzymaniu kolejnych świadectw postępujemy analogicznie.

Z zasadą warunkowania wiąże się kwestia obiektywności naukowej. Zwolennicy podejścia bayesowskiego, powołując na nią, wykazują obiektywność naukową - obiektywność bayesowskiej miary probabilistycznej niezależnie od różnych rozkładów *a priori* danej hipotezy H. Ujmując to dokładniej reguła warunkowania prowadzi do uzgodnienia opinii na temat danej hipotezy H tzn. w przybliżeniu rozkłady wtórne rozważanej hipotezy H mają taką samą wartość przy rozbieżnych opiniach początkowych (różnych rozkładach pierwotnych H), gdy badacze posługują się tymi samymi świadectwami. Innymi słowy układy stopni przekonania naukowców o prawdziwości rozpatrywanej hipotezy w oparciu o jednakowe wyniki obserwacji zbliżają się do siebie.

Bayesowska teoria konfirmacji w wyznaczaniu liczbowego stopnia konfirmacji[24] hipotez, teorii bazuje na subiektywnej definicji prawdopodobieństwa[25]. Na mocy tej definicji mamy następujące zależności:
Dane E konfirmują hipotezę H, gdy $P(H|E) > P(H)$,

---

[21] Z argumentami przeciwko temu założeniu można zapoznać się w [22].

[22] Szersza dyskusja dotycząca zasady warunkowania występuje w [24]. Natomiast w [25] wykazuje się, że jest ona szczególnym przypadkiem zasady maksymalnej entropii (zasady minimalnej informacji), która mówi, że prior szukanej wielkości otrzymujemy maksymalizując entropię względem tego prioru uwzględniając wszystkie ograniczenia na rozważaną wielkość.

[23] Jest ona szczególnym przypadkiem zasady warunkowania Jeffrey'a [26].

[24] Miary konfirmacji reprezentatywne obecnie dla bayesowskiej teorii konfirmacji rozważa B. Fitelson w [27].

[25] Krytykę subiektywizmu w probabilistyce podejmuje H. E. Kyburg [28].

Dane E dyskonfirmują hipotezę H, gdy $P(H|E) < P(H)$,
Dane E są neutralne względem hipotezy H, gdy $P(H|E) = P(H)$.

W ramach bayesianizmu konstruuje się różne języki formalne[26]. Tutaj ograniczymy się do prezentacji dwóch z nich[27] [17, 21]:
Niech $(W, \widetilde{A}, P)$ będzie przestrzenią probabilistyczną, gdzie W - zbiór światów możliwych, $\widetilde{A}$ - zbiór zdań (sądów logicznych) określonych na W, $P : \widetilde{A} \to R$ - odwzorowanie przekształcające $\widetilde{A}$ w zbiór liczb rzeczywistych R i spełniające aksjomaty prawdopodobieństwa. Niech $(\widetilde{L}, \widetilde{L}/\sim, P)$ będzie przestrzenią probabilistyczną, gdzie $\widetilde{L}$ - określony język, $\widetilde{L}/\sim$ - zbiór wszystkich klas abstrakcji $|\alpha| = \beta : \alpha \sim \beta$ określonych na $\widetilde{L}$, gdzie $\sim$ oznacza logiczną równoważność zachodzącą pomiędzy $\alpha \in \widetilde{L}$ i $\beta \in \widetilde{L}$, P - miara na $\widetilde{L}/\sim$. Podamy przykład zdań prawdziwych w tej przestrzeni probabilistycznej: zdanie $\tau(\alpha) = x$, gdzie $x \in [0, 1]$ oraz τ - funkcja konfirmacji (prawdopodobieństwo konfirmacji danego zdania na podstawie zdania opisującego świadectwa empiryczne) jest prawdziwe wtedy i tylko wtedy gdy $P(|\alpha|) = x$.

Na bayesowską teorię konfirmacji i kosmologię współczesną nałożone są pewne limitacje. Naszym zdaniem można wskazać na ograniczenia wspólne dla tych dwóch dziedzin [31, 32]:

- *Priory*
  Bayesowska teoria konfirmacji w procesie potwierdzania hipotez, teorii jest wrażliwa na wybór priorów. Ujmując to formalnie liczbowy stopień konfirmacji hipotez, teorii zależy od tego, jakie prawdopodobieństwo pierwotne dla danej hipotezy, teorii zostanie przez nasz przyjęte.

- *Porównywanie hipotez wyjaśniających te same dane*
  Bayesianizm nie daje wystarczających podstaw do porównania hipotez wyjaśniających te same zjawiska, przynajmniej do momentu, gdy nie pojawi się dana empiryczna sprzeczna z daną hipotezą tzn. $P(E_i|H) = 0$. Dokładniej:
  $$P(H|E) = \frac{P(H) \cdot P(E|H)}{P(E)} \text{i} P(H_1|E) = \frac{P(H_1) \cdot P(E|H_1)}{P(E)} \quad (20)$$
  Dopóki hipotezy H i H_1 wyjaśniają świadectwa E, czyli $P(E|H) = 1$ i $P(E|H_1) = 1$, to ustalenie która hipoteza jest bardziej potwierdzona na mocy E (która z wartości: $P(H|E)$, czy $P(H_1|E)$ jest większa) zależy od arbitralnego wyboru rozkładów pierwotnych H i H_1.

- *Istotność świadectw empirycznych*
  W bayesowskiej teorii konfirmacji należy posługiwać się wiedzą na temat poziomu

[26] Patrz [29, 30]. Formalizm Chuaqui jest bardzo skomplikowany i wymaga rezygnacji ze standardowego rachunku prawdopodobieństwa, natomiast formalizm Wójcickiego najmniej odbiega od przyjętego w teorii prawdopodobieństwa.

[27] Ze względu na to, iż bayesowska teoria konfirmacji to teoria związków pomiędzy zdaniami (sądami logicznymi) niezbędne jest zmodyfikowanie przyjmowanego w standardowej aksjomatyce prawdopodobieństwa podejścia teoriomnogościowego. Jednak w przypadku przyjęcia formalizmu teoriomnogościowego można potraktować zdania jako zbiory światów możliwych, w których są one prawdziwe.

istotności danych dla rozpatrywanej hipotezy. Inaczej mówiąc dane powinny być adekwatne do hipotezy, którą chcemy potwierdzić na ich podstawie. Dla przykładu niech H będzie zdaniem: po dwukrotnym rzucie kostką wypadły dwie dwójki. Aby konfirmacja tej tezy była wiarygodna należy odwołać się do świadectw pozostających w istotnej relacji do hipotezy H. Mianowicie zdanie konfirmujące może mieć postać: dwukrotnie rzuciliśmy kostką. Jeśli raport obserwacyjny nie jest adekwatny do zdania konfirmowanego, to bayesowska teoria konfirmacji może prowadzić do potwierdzenia hipotez, często zupełnie absurdalnych. Rozważmy przykład [31, s.4]: dane stwierdzające, iż narysowałem 6 łopat na talii kart mogą potwierdzać hipotezę: zły demon ma skłonność do rysowania 6 łopat na talii kart.

- *Regres w nieskończoność*
  Trudność ta związana jest bezpośrednio z problemem istotności świadectw. Mianowicie: przydatność danych empirycznych E do oceny liczbowego stopnia konfirmacji hipotezy H ($P(H|E)$) zależy od pewnej wcześniejszej wiedzy E_1. Następnie użyteczność danych E_1 jest uzależniona od świadectw E_2 itd. W ten sposób otrzymujemy regres w nieskończoność[28] wywołany przez istotność danych empirycznych dla oceny prawdziwości hipotez.

3.3 Bayesowska teoria konfirmacji a założenia filozoficzne

W teorii konfirmacji - logice indukcji (której jedną z typów jest bayesowska) istnieją problemy, których nie można rozwiązać na gruncie rachunku prawdopodobieństwa oraz nie zależą one od przyjętej interpretacji miary probabilistycznej. Zagadnienia takie dotyczą aplikacji teorii konfirmacji m. in. do badań filozoficznych i nazywamy je *metodologicznymi*[29]. Znacząca grupa problemów metodologicznych związanych z zastosowaniem logiki indukcji do badań filozoficznych dotyczy[30] konstruowania przestrzeni probabilistycznej. Przykładem takiej trudności metodologicznej jest **nowy paradoks (problem) indukcji (grue paradoks - paradoks zielbieskości)** N. Goodmana (przedstawiciel filozofii analitycznej) w wersji metodologicznej. Nowy paradoks indukcji w tym ujęciu może przyjąć postać[31] [21]:
Dla dowolnej teorii konfirmacji T istnieją dwie (wzajemnie przekładalne) interpretacje I_1 i I_2, takie, że dla zdania $\tau(\alpha) = x \in T$ w I_1 oraz I_2 stopnie konfirmacji tego zdania są paradoksalnie rozbieżne (w szczególności $\tau(I_1(\alpha)) = x \wedge \tau(I_2(\neg\alpha)) = x$). Gdzie τ -

[28] Regres w nieskończoność jest problemem typowym dla logik indukcji (teorii konfirmacji) odwołujących się w konfirmacji do prawdopodobieństwa.

[29] Nazwa ta pochodzi od Carnapa. Należy odróżnić problemy metodologiczne od technicznych problemów formalizmów leżących u podstaw teorii konfirmacji i wywołanych przez wybór danej interpretacji prawdopodobieństwa. Pomimo tego zagadnienia metodologiczne mają swój udział w rozważaniach nad podstawami teorii prawdopodobieństwa.

[30] Wskazują na to m. in. paradoks sylogizmu statystycznego (paradoks indukcji) oraz indukcja eliminacyjna.

[31] Tradycyjna filozoficzna metoda unikania tego problemu polega na przyjęciu prawdziwości założeń filozoficznych mających charakter globalny - dotyczących wielu grup przedmiotów, niezależnie od sposobu podziału tych przedmiotów pomiędzy różne dyscypliny naukowe.

funkcja konfirmacji (prawdopodobieństwo konfirmacji danego zdania na podstawie zdania opisującego świadectwa empiryczne), α - zdanie języka teorii T, $x \in [0,1]$. Inaczej mówiąc, aplikacje filozoficzne teorii konfirmacji, bez uzasadnionego filozoficznie ograniczenia logicznie możliwych sposobów konstrukcji przestrzeni probabilistycznych, prowadzą do paradoksalnych konkluzji (wniosków) - wymaga się zatem, aby liczba założeń filozoficznych była minimalna tzn. założenia te powinny być zgodne z możliwie dużą liczbą stanowisk filozoficznych.
Przypomnijmy, że N. Goodman [33][32] formułuje swój paradoks w następujący sposób: Analizuje zdanie *wszystkie szmaragdy są zielone*. W tym celu rozważa predykat *grue*, który definiuje w sposób: obiekt jest grue wtedy i tylko wtedy gdy do chwili t jest zielony (obserwacje dokonane do chwili t wskazują, iż jest zielony), a potem jest niebieski (blue). Przy takiej definicji nie mamy podstaw do stwierdzenia, które ze zdań: (a) wszystkie szmaragdy są zielone, czy (b) wszystkie szmaragdy są ziebieskie jest potwierdzone.
Interpretacja tego paradoksu nie jest jednoznaczna - rozważa się go w wielu aspektach[33], nie tylko metodologicznym, czy wyjściowym podanym przez Goodmana w [33].
Sformułowanie paradoksu Goodmana w wersji kosmologicznej jest zadaniem trudnym nawet z filozoficznego punktu widzenia i, naszym zdaniem, należy nałożyć tu następujące ograniczenia:

1. Paradoks Goodmana dla kosmologii, naszym zdaniem, może dotyczyć tylko hipotezy typu: model LCDM jest realizowany przez Wszechświat (naturalnie przy uwzględnieniu odpowiednich założeń i przybliżeń).

2. Należy bardzo silnie rozdzielić dwa rodzaje temporalności: temporalność teorii i temporalność świata. Weźmy teraz temporalność teorii: pojawia się element coraz doskonalszych ewidencji. Jeśli świadectwa coraz bardziej dokładne i wyrafinowane faworyzują LCDM to CDM znika (nie ma modelu CDM). Nie ma paradoksu Goodmana. Paradoks Goodmana polega na tym i pojawia się wtedy, gdy te same świadectwa empiryczne tak samo w tym samym czasie potwierdzają tak LCDM, jak i CDM.

3. Jeśli rozważymy teraz temporalność Wszechświata (tzn. fakt następowania kolejnych faz w jego ewolucji), możemy sformułować hipotezę postaci: „obecny Wszechświat realizuje w przybliżeniu model LCDM”. Teraz załóżmy, że będzie on (Wszechświat)

[32] Problem ten stanowi ciekawą krytykę czysto syntaktycznej definicji konfirmacji. Goodman rozwiązuje go w następujący sposób: rozróżnia predykaty na rzutowalne (projekcyjne) i nierzutowalne (nieprojekcyjne). Predykat jest rzutowalny, gdy nadaje się do rzutowania przypadków zaobserwowanych na niezaobserwowane - można go stosować do formułowania uogólnień indukcyjnych. Zatem na przykład predykat zielony jest rzutowalny, gdyż zieloność zaobserwowanych szmaragdów może być rzutowana na szmaragdy niezaobserwowane, natomiast predykat zielbieski nie jest projekcyjny. Goodman za predykaty rzutowalne uznaje predykaty zakorzenione w praktyce indukcyjnej. Warto zaznaczyć, że w nauce występują przypadki eliminacji takich predykatów np. znajdować się w absolutnym spoczynku i wprowadzania niezakorzenionych np. kolory i zapachy kwarków.

[33] Na przykład Carnap definiuje w swojej logice indukcji predykaty projektowalne tzn. gwarantujące ciągłość pomiędzy przeszłością a teraźniejszością - rozwiązanie w aspekcie semantycznym. Natomiast N. Goodman rozwiązuje go w aspekcie pragmatycznym - odwołanie się do pewnych substancjalnych twierdzeń filozoficznych.

ewoluował w takim kierunku, że za 100 lat będzie realizował pewien model XLCDM; tak skonstruowany, że dla naszej epoki redukuje się do LCDM[34]. Wtedy paradoks Goodmana zachodzi i polega na tym, że w naszej epoce nie wiemy, który model jest realizowany LCDM czy XLCDM, bo oba są w tym momencie tak tamo potwierdzane przez ewidencje.

4. Szczególnie ciekawe w tym kontekście jest to, że klasyczne sformułowania paradoksu Goodmana dotyczą modeli, które nie są układami dynamicznymi, zatem nie można w ramach modelu badać ewolucji układu, który modelujemy (z badania konsekwencji zdania wszystkie szmaragdy są zielone w chwili t nie można powiedzieć nic na temat ich kolorystycznej przyszłości). Tu wyjątkowość kosmologii, bo standardowy model kosmologiczny przewiduje przecież ewolucję, zatem pewną temporalność obiektu, który modeluje – Wszechświata. Problem zacznie się wtedy, gdy ewidencje pokażą, że Wszechświat *wychodzi poza dany model*. Niemniej jednak jesteśmy zdania, że paradoks Goodmana mógłby się pojawić tylko sytuacji, gdybyśmy sformułowali, nie dowolny zestaw modeli, ale powiedzmy rodzinę modeli LCDM (XLCDM, YLCDM, ZLCDM itd), takich, że w chwili obecnej wszystkie „przechodziłyby w" LCDM. Zatem obecne obserwacje potwierdzałyby wszystkie w równym stopniu i stąd paradoks konfirmacji.

Paradoks Goodmana jest poważnym ograniczeniem[35] dla teorii konfirmacji. Mianowicie narzuca on na tą teorię wymóg korzystania z założeń filozoficznych (wyrażonych w sposób jawny lub nie) - teoria konfirmacji nie może być neutralna filozoficznie[36]. Inaczej mówiąc założenia filozoficzne stanowią warunek konieczny stosowania logiki indukcji jako modelu wnioskowań indukcyjnych[37] - teorii odwołującej się do danych empirycznych.
Mając na uwadze nowy paradoks indukcji Goodmana (w szczególności w wersji metodologicznej) do bayesianizmu należy włączyć założenia filozoficzne, jeśli ma funkcjonować on jako model wnioskowań indukcyjnych. Bayesowska teoria konfirmacji dopuszcza różne sposoby reprezentowania założeń filozoficznych. Do najważniejszych należą [21]:

- *Konstrukcja przestrzeni probabilistycznej*

[34]Niech astrofizycy wybaczą nam w tym momencie ten czysto intuicyjny tok myślenia.

[35]Do czynników ograniczających bayesianizm jako model wnioskowań indukcyjnych należą m. in. (1) odwołanie się do pewnej wersji realizmu naukowego np. strukturalny, (2) rezygnacja z ogólności i pewnych dziedzin aplikacji.

[36]Jeśli teoria konfirmacji nie zawiera żadnych założeń filozoficznych, to może prowadzić do absurdalnych konkluzji np. takiego samego stopnia konfirmacji zdań sprzecznych.

[37]Do stanowisk filozoficznych mogących wzmocnić bayesowski model wnioskowania indukcyjnego (mogących dostarczyć założeń niezbędnych do rozwiązania nowego paradoksu indukcji w wersji metodologicznej) można zaliczyć koniecznościową teorię przygodnych praw przyrody (D. Armstrong), nieeliminatywistyczną teorię rodzajów naturalnych (R. Boyd, H. Kornblith) oraz podejście antynaturalistyczne (w szczególności Van Fraassen). W ramach pierwszych dwóch realistycznych podejść wskazuje się na substancjalne racje wykluczania predykatów typu ziebieski lub przypisywania im miar probabilistycznych hipotez pierwotnych równych zero. Natomiast ostatnie z nich opiera się na tezie, że funkcje przypisywane przez realistów rodzajom naturalnym lub prawom przyrody pełnią symetrie rozumiane jako własności modelu reprezentującego rzeczywistość.

Można dokonać tego na wiele sposobów[38]. Najprostszy z nich to włączenie założeń filozoficznych do zbioru konfirmowanych hipotez[39]. Z tym stanowiskiem wiąże się wiele trudności, chociażby taka, że hipotez filozoficznych (realistycznych lub antyrealistycznych) nie można empirycznie potwierdzić.

- *Przypisywanie miar probabilistycznych (prawdopodobieństw) hipotezom pierwotnym*
  Kwestia ta[40] stanowi główną różnicę pomiędzy bayesianistami. Można wyróżnić dwa podejścia: obiektywne - logiczne[41] (m. in. H. Jeffreys - twórca tego podejścia, E. T. Jaynes) i subiektywne - personalne (m. in. B. de Finetti - twórca tego podejścia). Bayesianiści obiektywni popierają wprowadzanie kryteriów przy wyborze prawdopodobieństw hipotez pierwotnych. Rozważmy przykłady: (1) gdy mamy dane empiryczne opisujące częstość zjawiska, którego dotyczy rozpatrywana hipoteza, to za miarę probabilistyczną tej hipotezy należy przyjąć częstość tego zjawiska, (2) wszystkie hipotezy powinny być jednakowo prawdopodobne (Laplace'a zasada niezróżnicowania (niedostateczności), postulat Bayesa, Keynes'a zasada nieistotności), (3) miara probabilistyczna hipotez powinna być funkcją zawartych w hipotezach informacji (kryterium E. T. Jaynesa maksymalizacji entropii). Subiektywni bayesianiści natomiast są przeciwnikami wprowadzania takich kryteriów - wybór prawdopodobieństwa hipotezy pierwotnej jest arbitralny, a jedyne ograniczenie to spełnianie przez tą miarę probabilistyczną aksjomatów (i)-(iii).

- *Przypisywanie miar probabilistycznych (prawdopodobieństw) hipotezom wtórnym*
  Stanowisko to (J. Hintikka, J. Pietarinen)[42] wyprowadza nas poza bayesianizm standardowy. Jako dwie trudności takiego reprezentowania założeń filozoficznych można podać: (1) uwzględnienie nie-bayesowskich zasad aktualizowania miar probabilistycznych hipotez, (2) problem natury epistemologicznej[43] przypominający błędne koło w teorii rozumowań.

- *Wprowadzanie dodatkowych warunków oprócz czterech podstawowych elementów bayesianizmu*
  Jest to zabieg typowy dla Carnapa. Mianowicie konstrukcja logiki indukcji bazuje na: (1) aksjomatach prawdopodobieństwa (i)-(iii), czy czterech minimalnych elementach bayesianizmu (aksjomaty (i)-(iii) i zasada warunkowania), (2) pewnych

[38] Innym oprócz dyskutowanego tutaj jest teoria R. Chuaqui - wymagająca jednak rezygnacji ze standardowego podejścia probabilistycznego.

[39] Do tego sposobu odwołuje się J. Dorling, który poddaje analizie hipotezę - atomy istnieją. W tym celu stosuje zasadę warunkowania, aby prześledzić zmiany stanowiska dotyczącego tej hipotezy w ciągu ostatnich dwustu lat w nauce.

[40] Analiza nowego problemu indukcji Goodmana przy użyciu rozkładów a priori hipotez do reprezentowania założeń filozoficznych została podjęta przez E. Sobera.

[41] Logiczne z tego względu, że kładzie się nacisk na logiczny i dedukcyjny charakter związku pomiędzy werbalną wiedzą a analityczną formułą.

[42] Określa się je jako presupozycyjny pogląd na indukcję.

[43] C. Howson określa go jako kreatywny bootstraping.

dodatkowych warunkach[44], które zakładają prawdziwość określonych tez filozoficznych.

- *Zasada uaktualniania prawdopodobieństwa hipotez*
  Taki sposób reprezentowania założeń filozoficznych łączy się przypisywaniem prawdopodobieństw hipotezom wtórnym. Mianowicie przeważnie[45] nie-bayesowska reguła uaktualniania miar probabilistycznych jest pewną wersją (odpowiednikiem) twierdzenia Bayesa, wzbogaconą o dodatkowe parametry[46].

W ramach podanych wyżej założeń filozoficznych można pokusić się o sformułowanie następujących założeń:
(1) *Zasada nieistotności.*
Przypomnijmy co ona mówi: jeżeli nie ma żadnych racjonalnych przesłanek, aby preferować jedną hipotezę nad drugą, to należy przyjąć, że są one jednakowo prawdopodobne. Na gruncie kosmologii współczesnej zasadę tą wyraża się poprzez często przyjmowane założenie, że modele kosmologiczne (hipotezy) mają takie samo prawdopodobieństwo. Zatem w wersji kosmologicznej zasadę nieistotności można wypowiedzieć w następujący sposób: jeśli nic nie wiemy a priori o modelach, prawdopodobieństwa tych modeli powinniśmy przyjąć równe.
(2) *Relacjonizm.*
Mówiąc ściślej chodzi o dwie zasady racjonalności [34][47], które spełnia ta filozofia: zasadę racji dostatecznej (*principle of sufficient reason*) i *principle of identifying the indiscernible.* Pierwsza z nich mówi, iż muszą istnieć racjonalne przesłanki, żeby odwołać się do własności (cech) teorii, hipotez. Natomiast druga stwierdza, że jeśli nie ma racjonalnych przesłanek na podstawie których możemy odróżnić własności teorii, hipotez powinniśmy te własności utożsamić. W kosmologii współczesnej zasady te mogą przyjąć postać. *Principle of sufficient reason* - istnieją dane empiryczne, dzięki którym potrafimy podać własności modeli. Inaczej mówiąc świadectwa empiryczne wskazują na własności modeli. Na przykład w świetle wyników obserwacji wyznacza się estymatory parametrów modeli, czyli funkcje podające wartości tych parametrów z pewną dokładnością lub przy użyciu metod numerycznych określa się zbiór wartości tych parametrów. Principle of identifying the indiscernible - jeśli nie jesteśmy w stanie wskazać danych empirycznych, które pozwalają odróżnić własności modeli, to te własności należy utożsamić. Dla przykładu powiedzmy, że dysponujemy pewnym skończonym zbiorem danych E_i. Jeśli na podstawie analizy E_i przeprowadzonej dla pewnych modeli (np. wyznaczenia zbioru wartości parametrów tych modeli) dochodzimy do konkluzji, że nie możemy odróżnić własności tych modeli, to cechy

[44] Jednym z takich dodatkowych warunków jest m. in. to, że liczba predykatów pierwotnych jest skończona, a pomimo tego teoria konfirmacji w pełni charakteryzuje opisywane przedmioty - zakłada się tym samym prawdziwość tezy ontologicznej dotyczącej istnienia skończonej liczby własności przedmiotów logicznie niezależnych.

[45] Może wystąpić sytuacja, w której teoria konfirmacji zawiera typowo nie-bayesowską regułę aktualizowania miar probabilistycznych, bazującą np. na zmianie zbioru hipotez rozważanych jako relewantne.

[46] Na przykład parametr λ u Carnapa lub parametr α u Hintikki

[47] W pracy tej wykazuje się analogie pomiędzy bayesianizmem i relacjonizmem.

te powinniśmy utożsamić.
(3) *Idealizacja.*
Jeden ze sposobów [35] określenia funkcji idealizacji w bayesowskiej teorii konfirmacji polega na ustaleniu prawdopodobieństw jako warunków idealizacyjnych - imaging. W koncepcji tej prawdopodobieństwo jest funkcją określoną na skończonym zbiorze możliwych światów. Ponadto prawdopodobieństwa te sumują się do jedynki i prawdopodobieństwo zdania jest sumą miar probabilistycznych światów, w których to zdanie jest prawdziwe. Interpretacja kosmologiczna może być następująca. Modele kosmologiczne opisują różne sposoby pojmowania Wszechświata. Funkcja prawdopodobieństwa (prawdopodobieństwo) zależy od tych modeli. Rozważmy skończony k-elementowy zbiór modeli M_i, których prawdopodobieństwa sumują się do jedynki. Ujmując to formalnie: $M_i, i = 1, \ldots, k$ i $\sum_{i=1}^{k} P(M_i) = 1$. Miara probabilistyczna tezy, zdania prawdziwego w tych modelach Wszechświata określona jest następująco: prawdopodobieństwo zdania powiedzmy A to suma miar probabilistycznych modeli Wszechświata M_i, w których to zdanie jest prawdziwe. Zapisując to formalnie: $P(A) = \sum_i P(M_i)$, gdzie A - zdanie prawdziwe w modelach M_i, po których odbywa się sumowanie. Zatem można powiedzieć, że koncepcja ta stanowi kryterium idealizacji, które w terminach probabilistycznych opisuje prawdziwość zdań, tez wypowiedzianych w ramach pewnego skończonego zbioru hipotez (modeli).

4 Bayesowski sposób zdobywania wiedzy w sytuacji poznawczej kosmologii

Bayesowska metoda selekcji modeli coraz częściej stosowana w kosmologii ma swoich zwolenników jak i przeciwników.

W jednej ze swoich prac [36] Linder i Miquel poddali krytyce bayesowską metodę selekcji modeli, porównując ją z klasyczną metodą estymacji parametrów modelu. Według nich jedną z zalet klasycznej metody estymacji parametrów jest fakt, że poddajemy analizie jeden model, który zawsze jest fizycznie motywowany. Istnieją testy, które umożliwiają nam stwierdzenie, czy model taki jest rozsądny: jeśli dobroć dopasowani jest słaba model powinien być przebudowany lub odrzucony, jeśli podzbiór danych nie zgadza się z modelem może być to oznaką, że przestrzeń parametrów rozważanego modelu powinna być powiększona lub pomniejszona. W przeciwieństwie do tej techniki w bayesowskiej metodzie rozważa sie zbiór modeli, poddając każdy z nich wątpliwościom.

Jak podkreślają Liddle et al. w pracy [37] będącej odpowiedzią na zarzuty Lindera i Miquela tych dwóch metod nie należy porównywać, gdyż selekcja modeli jest rozszerzeniem, kolejnym etapem estymacji parametrów. Podobnie jak w statystyce klasycznej, każdy model może zostać dopasowany na gruncie teorii bayesowskiej, następnie poddany testowi dobroci dopasowania, czy też podzbioru danych. Metoda estymacji koresponduje do metody selekcji w przypadku, gdy wszystkim pozostałym modelom z rozważanego zbioru przypiszemy prawdopodobieństwa a priori równe zeru. To wydaje się zbyt pewnym posunięciem, w szczególności w kosmologii, gdzie musielibyśmy założyć, że nasze rozumienie np. ciemnej energii jest na tyle dobre, że możemy skupić się tylko na jednym jej opisie. Bayesowska selekcja modeli daje nam odpowiedź na pytania, których nie możemy nawet zadać w klasycznej metodzie estymacji parametrów, np.: parametr równania stanu dla ciemnej energii w jest równy -1 czy jest parametrem modelu? w jest stałe czy zmienne w czasie; czy kwintesencja lepiej opisuje dane niż zmodyfikowana teoria grawitacji.

W [36] krytyce poddawane są również priory stosowane w bayesowskiej metodzie porównywania modeli: przed rozpoczęciem analizy musimy podać prawdopodobieństwo a priori dla każdego modelu jak również prawdopodobieństwo a priori dla każdego parametru definiującego konkretny model. Według autorów musimy zgadnąć co mają do powiedzenia dane przed ich zastosowaniem. Ostateczne wnioski będą zależały od założeń dotyczących priorów, założeń, które mają stosunkowo mało fizycznych podstaw i są 'ręcznie' wkładane: musimy ustalić kształt oraz zakres priorów. Stwierdzają, że metoda selekcji modeli powinna być nazywana metodą selekcji priorów. Prawdopodobieństwo a priori na parametry modelu musi sumować się do jedności, a więc duże przestrzenie parametrów lub przestrzenie z szerokimi priorami będą karane. Wnioski będą zależeć również od przyjętej parametryzacji modelu, gdyż prior nie jest inwariantny na reparametryzację. Zależą one również od rozważanego zbioru modeli, gdyż prawdopodobieństwa a posteriori modeli muszą się sumować do jedności.

W odpowiedzi [37] autorzy podkreślają, że priory i fizyczna intuicja to jest to samo: co innego decyduje o wyborze zbioru porównywanych modeli, o wyborze priorów dla tych modeli, czy też o zakresie i kształcie priorów na parametry definiujące te modele. Jeśli nie mamy wystarczająco dużo informacji, by faworyzować jakieś modele z rozważanego zbioru, zasada nieistotności pozwala nam przypisać im równe prawdopodobieństwa a priori. Metoda maksymalnej entropii pozwala na znalezienie optymalnego rozkładu prawdopodobieństwa a priori na parametry modelu, w zależności od tego ile posiadamy informacji (dokładniej ile momentów rozkładu jesteśmy w stanie podać: zakres wartości parametru, typowa wartość parametru, typowy rozrzut). Fakt, że czasami ciężko jest ująć naszą fizyczną intuicję w ilościowy sposób, np. poprzez podanie zakresu wartości parametrów modelu nie może być powodem odrzucenia tej metody. Patrząc z innej strony to właśnie bayesowskie podejście maksymalizuje szanse na uwzględnienie intuicji fizycznej, wszystkich informacji, które posiadamy w analizie danych, pozwala na testowanie różnych intuicji. Wszystkie założenia są tu jasno przedstawione. W teorii bayesowskiej końcowe wnioski złożone są z wiedzy apriorycznej oraz informacji pochodzących z danych. Wraz ze wzrostem ilości i jakości danych priory stają się mniej istotne, wnioski oparte na naszych oczekiwaniach zostają zastąpione wnioskami opartymi na danych.

Linder i Miquel [36] przedstawiają kilka historycznych przykładów, które mogłyby wprowadzić w błąd tych, którzy używają metod selekcji. Tylko dwa dotyczą metod selekcji, przedstawiamy je poniżej.

Przed 1998r dane SNIa były zgodne z płaskim, zdominowanym przez materię pyłową Wszechświatem. Analiza oparta na bayesowskiej metodzie selekcji modeli pozwoliłaby nam wówczas odrzucić model ΛCDM, który jest obecnie faworyzowanym modelem. Nie jest to zgodne z prawdą [37]. Ówczesne dane nie były w stanie wyznaczyć parametru Λ, a więc porównanie modelu CDM z ΛCDM nie dałoby konkluzywnych wniosków, nie bylibyśmy w stanie rozróżnić tych dwóch modeli w oparciu o dostępne dane. Powodem tego jest fakt, że bayesowska metoda selekcji modeli (oparta na ewidencji) nie karze modelu z dodatkowym parametrem, który nie jest wyznaczony przez dane. Błędną odpowiedź moglibyśmy uzyskać porównując oba modele na podstawie wielkości BIC (która jest aproksymacją ewidencji), gdyż tutaj przyjęte jest założenie, że wszystkie parametry modelu są dobrze wyznaczone.

Współczesna teoria oddziaływań elektro-słabych (model Glashow-Weinberg-Salam), posiadająca dużo wolnych parametrów zostałaby odrzucona przy porównaniu z prostszą teorią Fermiego oddziaływań słabych (zdefiniowaną za pomocą jednego parametru). Podobnie jak w powyższym przykładzie modele te nie są rozróżnialne, gdyż parametry bardziej złożonego nie są wyznaczone przez dane.

Ostatecznie podają przykład pokazujący, że metoda selekcji faworyzuje prostsze modele niezależnie od fizyki. Symulują przyszłe dane supernowych (SNAP), przyszłe dane lokalnych supernowych (SNF) oraz przyszłe dane CMB (Planck), zakładając, że model ΛCDM jest prawdziwy. Na podstawie tych danych konstruują przedziały ufności (CL) w przestrzeni (w_0, $w_a \equiv -2w'(z=1)$) wokół punktu $(-1, 0)$. W ujęciu statystyki klasycznej, jeśli na podstawie prawdziwych danych najlepiej dopasowany model, zdefiniowany za pomocą parametrów (w_0, w_a), będzie leżał poza konturem np. 90% CL, wówczas model ΛCDM możemy odrzucić na poziomie ufności większym niż 90%. Taki wniosek porównują z wnioskiem jaki otrzymalibyśmy korzystając z bayesowskiej metody selekcji. Wyznaczają w przestrzeni (w_0, w_a) kontur, odpowiadający różnicy wielkości BIC, policzonej dla modelu ΛCDM i modelu zdefiniowanego za pomocą parametrów (w_0, w_a), równej -6 (ΔBIC=-6). Taka wartość wskazuje na silną ewidencję na korzyść modelu ΛCDM, a więc wszystkie modele na zewnątrz tego konturu będą silnie dysfaworyzowane, w przeciwieństwie do wniosków, które otrzymalibyśmy w ujęciu statystyki klasycznej, które kazałyby nam odrzucić model ΛCDM na poziomie ufności 99.13%. Na tej podstawie stwierdzają, że analiza bayesowska daje błędne wyniki.

Przykład ten nie jest poprawny [37]. Różnica BIC została policzona na podstawie symulowanych danych, natomiast wnioski dotyczą również prawdziwych danych: jeśli dopasowanie modelu (w_0, w_a) oparte na prawdziwych danych wypadnie poza kontur ΔBIC=-6 model ten nie będzie faworyzowany w stosunku do ΛCDM. Nie jest to poprawny wniosek, aby go podać musielibyśmy policzyć wielkości BIC dla obu modeli na podstawie prawdziwych danych. Porównanie obu modeli na podstawie symulowanej próbki danych (przy założeniu, że ΛCDM jest prawdziwym modelem) doprowadzi tylko do jednej wartości ΔBIC, a nie do konturów w przestrzeni (w_0, w_a). Aby otrzymać kontury należałoby symulować dane dla każdego punktu z tej przestrzeni, a następnie na podstawie tych danych liczyć różnicę BIC. Prawdą jest, że klasyczne testy istotności nie zgadzają się z bayesowską metodą selekcji modeli. Selekcja modeli daje większy obszar w przestrzeni parametrów, w której model ΛCDM nie zostanie odrzucony, nawet jeśli nie jest poprawny, zwracając informację, że wnioski nie są konkluzywne, dane posiadają zbyt mało informacji. Z drugiej strony stosując klasyczną metodę estymacji parametrów do porównywania modeli możemy odrzucić model ΛCDM, nawet jeśli jest on poprawny. Nie powinno się twierdzić, że metoda bayesowska daje błędne rezultaty, tylko dlatego, że nie są one zgodne z rezultatami otrzymanymi klasyczną metodą, bo nie ma podstaw aby twierdzić, że klasyczna metoda jest metodą poprawną. Ostatecznie autorzy [37] stwierdzają, że kwestią debaty nie powinno być pytanie, która z metod jest poprawna. Są one po prostu inne, pytanie jest tylko o to, która z nich jest bardziej pożyteczna i lepiej nadaje się do problemu, który staramy się rozwiązać.

5 Zakończenie

Celem naszej pracy było zwrócenie uwagi na dwa główne zagadnienia:

1. Kosmologia współczesna, o której mówi, że przeżywa swój złoty wiek, staje się w swej strukturze podobna do teorii cząstek elementarnych. Konstytuuje się obecnie pojęcie fizycznej teorii Wszechświata w postaci Standardowego Modelu Kosmologicznego. Z metodologicznego punktu widzenia zarówno standardowy model Wszechświata, jak i standardowy model cząstek elementarnych są teoriami efektywnymi, które posiadają swoje dobrze określone obcięcia energetyczne (zakresy stosowalności) oraz parametry, które należy wyznaczyć obserwacyjnie. Obie te teorie efektywne zbliżają się do siebie, a na ich styku pojawiają się fundamentalne problemy do rozwiązania. Klasycznym tego przykładem jest problem stałej kosmologicznej jako modelu hipotetycznej ciemnej energii wymuszającej obecną fazę przyspieszonej ekspansji Wszechświata. Jeśli zinterpretujemy ciemną energię jako energię próżni, napotykamy na najbardziej niewiarygodną niezgodność stałej kosmologicznej interpretowanej jako energia próżni kwantowej oraz stałej koniecznej do wyjaśnienia zagadki akcelerującego Wszechświata. Stała kosmologiczna jest przykładem parametru efektywnego, który opisuje obecną fazę przyspieszonej ekspansji Wszechświata, ale nie odpowiada na fundamentalne pytanie, jaka jest natura stałej kosmologicznej. Analogii do tej sytuacji możemy się dopatrzeć w Modelu Standardowym. Przypuszczalnie najbliższe sukcesy kosmologii będą się właśnie wiązać z rozstrzygnięciami na pograniczu tych teorii w momencie, gdy kosmologia stała się niejako kompatybilna z fizyka cząstek elementarnych.

2. Obecnym głównym celem kosmologii staje się wyznaczanie parametrów kosmologicznych w oparciu o dane z obserwacji naziemnych i satelitarnych, a także ograniczeń z obserwacji astrofizycznych, które mogą posłużyć do testowania tzw. nowej fizyki poza uznanym paradygmatem. Kosmologia staje się fizyką Wszechświata, do którego aplikowana jest tak dobrze ugruntowana fizyka, jak i nowe hipotezy badawcze. Ilość i jakość danych obserwacyjnych rośnie, a pewne parametry stają się dobrze określone. W tym procesie poznawczym wyznaczania parametrów istotną rolę odgrywają techniki bayesowskie. Pozwalają one nie tylko na estymacje wartości parametrów, ale także na selekcję modeli, które te parametry zawierają. Pozwalają one wybrać najlepszy model z punktu widzenia danych obserwacyjnych. W pracy argumentowaliśmy, że kosmologia obserwacyjna, która stanowi obecnie rdzeń kosmologii współczesnej daje się zrekonstruować przy pomocy metodologii bayesowskiej. Wówczas odkrywamy u jej podstaw istotne założenia o charakterze filozoficznym. Problem obecności założeń filozoficznych w ramach rozumowań przeprowadzanych na gruncie fizyki jest

kwestią kontrowersyjną [38] i domaga się z pewnością osobnej, bardziej pogłębionej analizy metodologicznej. Niemniej jednak już na przykładzie rekonstrukcji kosmologii współczesnej widać, że schemat poznawczy teorii efektywnej, na którym opiera się współczesna fizyka *explicite* demonstruje jawną jej zależność od założeń właśnie o charakterze filozoficznym. Jeśli takich założeń nie zrobimy, trudno nam będzie zrozumieć *landscape* współczesnej kosmologii.

Spis literatury

[1] Charap J 2006 *Objaśnianie wszechświata. Fizyka w XXI w.* (Warszawa: Prószyński i S-ka)

[2] Durrer R and Maartens R 2008 *Gen. Rel. Grav.* **40** 301–328 (*Preprint* `0711.0077`)

[3] Movahed M S, Farhang M and Rahvar S 2007 (*Preprint* `astro-ph/0701339`)

[4] Lobo F S N 2008 (*Preprint* `0807.1640`)

[5] Carnap R 1950 *Logical Foundations of Probability* (Chicago: Chicago University Press)

[6] Reichenbach H 1949 *The Theory of Probability* (Berkeley CA: University of California Press)

[7] Popper K R 2002 *Logika odkrycia naukowego* (Warszawa: PWN)

[8] Goodstein R L 2007 *Boolean Algebra* (Dover Publications)

[9] Keynes J M 1921 *A Treatise on Probability* (London: Macmillan)

[10] Jaynes E T 2003 *Probability Theory: The Logic of Science* (Cambridge: Cambridge University Press)

[11] Jeffreys H 1961 *Theory of Probability* 3rd ed (Oxford: Oxford University Press)

[12] De Finetti B 1974 *Theory of Probability* (London: John Wiley and Sons Ltd)

[13] Nowak R 2002 *Statystyka dla fizyków* (Warszawa: Wydawnictwo Naukowe PWN)

[14] Rosenkrantz R D 1977 *Inference, Method and Decision: Towards a Bayesian Philosophy of Science* (Dordrecht: D. Reidel)

[15] Howson C and Urbach P 1989 *Scientific Reasoning: the Bayesian Approach* (La Salle, IL: Open Court)

[16] D'Agostini G 1999 *CERN Yellow Report* **99 03**

[17] Earman J 1992 *Bayes or Bust? A Critical Examination of Bayesian Confirmation Theory* (Cambridge, Mass.: MIT Press)

[18] Horwich P 1982 *Probability and Evidence* (Cambridge: Cambridge University Press)

[19] Bovens L and Hartmann S 2004 *Bayesian Epistemology* (New York: Oxford University Press Inc.)

[20] Fitelson B 2001 *Studies in Bayesian Confirmation Theory* (Madison WI: University of Wisconsin)

[21] Kawalec P 2003 *Roczniki Filozoficzne* **51** **1** 113–142

[22] Marlow T 2006 *Int. J. Theo. Phys.* (*Preprint* `gr-qc/0603011`)

[23] Cox R T 1961 *The Algebra of Probable Inference* (The Johns Hopkins University Press)

[24] Strevens M 2006 *The Bayesian Approach to the Philosophy of Science* 2nd ed (Macmillan Encyclopedia of Philosophy)

[25] Williams P M 1980 *The British Journal for the Philosophy of Science* **31** **2** 131–144

[26] Jeffrey R C 1983 *The Logic of Decision* 2nd ed (Chicago: University of Chicago Press)

[27] Fitelson B 2001 *Philosophy of Science* **68** **3** S123–S140

[28] Kyburg H E 1983 *Epistemology and Inference* (Minneapolis: University of Minnesota Press)

[29] Chuaqui R 1991 *Truth, Possibility and Probability* (Amsterdam: North-Holland)

[30] Wójcicki R 1979 *Topics in the Formal Methodology of Empirical Sciences* (Dordrecht: Reidel)

[31] Sober E 2002 *Proceedings of the British Academy* **113** 21–38

[32] Grobler A 2006 *Metodologia nauk* (Kraków: Aureus, ZNAK)

[33] Goodman N 1955 *Fact, Fiction and Forecast* (Harvard: University Press)

[34] Marlow T 2006 (*Preprint* `arXiv:0603015 [gr-qc]`)

[35] Shaffer M J 2001 *Philosophy of Science* **68** **1** 36–52

[36] Linder E V and Miquel R 2007 (*Preprint* `astro-ph/0702542`)

[37] Liddle A R *et al.* 2007 (*Preprint* `astro-ph/0703285`)

[38] Woleński J 1991 *Z zagadnień filozofii nauk przyrodniczych* ed Butrym S (Warszawa: Polska Akademia Nauk Instytut Filozofii i Socjologii) pp 7–16