

Słowa krytyki należy skierować pod adresem wydawcy książki. Zaskakujące jest, że Wydawnictwo Naukowe PWN nie dopilnowało korekty tekstu i dopuściło do druku pracę z dużą ilością błędów redakcyjnych. Wydawnictwo szkodzi w ten sposób Autorce, jak i podważa wartość pracy jako podręcznika.

Dominik Stanny

Katedra Etyki Społecznej i Politycznej KUL

G. E. Hughes, M. J. Cresswell, *A New Introduction to Modal Logic*, London and New York: Routledge 1996, ss. 432. ISBN 0-415-12599-5.

Kto uczył się logiki modalnej, dobrze zna nazwiska G. E. Hughesa i M. J. Cresswella, znakomitych logików z Victoria University of Wellington. Choć monografii logiki modalnej jest kilka, słynne dzieło *An Introduction to Modal Logic* tych dwóch nobliwych Profesorów z jakichś względów – wszechstronności?, skondensowania?, przystępności? – zdobyło pozycję szczególną, rzec by można, pozycję klasyczną. Zainteresowanie logiką modalną jest wśród uczonych tak duże, że wciąż wskazywane są nowe zagadnienia, wynajdywane techniki rachunkowe, proponowane nowe rozwiązania zagadnień. Nawet jeżeli prawa logiki są wieczne, to techniki ich odkrywania i uzasadniania ewoluują. Jeśliby postęp był kryterium istnienia nauki, logice modalnej wypadłoby przypisać bardzo mocną pozycję metodologiczną. Już kilkanaście lat po ogłoszeniu nazwanej tu klasyczną pracy *An Introduction to Modal Logic* z 1968 r. jawna stała się potrzeba nowej monografii, podsumowującej bujny rozwój interesującej nas tu gałęzi wiedzy. Próbą tymczasowego poniekąd zaspokojenia tej potrzeby była encyklopedyczna praca obu Autorów *A Companion to Modal Logic* z 1984 r. Natomiast w 1996 r. publiczność naukowa otrzymała wreszcie nową wersję słynnej monografii. *A New Introduction to Modal Logic* składa się z trzech części, zawiera też rozwiązania niektórych ćwiczeń, obszerną, wielce użyteczną bibliografię, wykaz symboli oraz niezły indeks.

Omawiana tutaj książka *A New Introduction to Modal Logic* zajmuje pozycję szczególną nie tylko ze względu na znakomite osiągnięcia naukowe, będące rezultatem współpracy Autorów w przeszłości. Wyjątkowość tej pracy bierze się również stąd, że *A New Introduction* będzie z pewnością ostatnim wspólnym dziełem Hughesa i Cresswella: prof. George E. Hughes zmarł 4 marca 1994 r. W chwili jego śmierci gotowe było pięć pierwszych z sześciu rozdziałów części pierwszej. Rozdział szósty, a także części druga i trzecia zostały dokończone przez Współautora już po odejściu Hughesa głównie w oparciu o wymienioną encyklopedię *A Companion to Modal Logic*, opracowaną wspólnie przez obu Logików z Wellington.

Już w pierwszej części, zatytułowanej „Podstawowa [*basic*] zdaniowa logika modalna”, pojawiają się główne *nova* w stosunku do wcześniejszych prac. Jako podstawowy system logiki modalnej potraktowano system K, nie zaś system T – traktowany

jako podstawowy w pracy z 1968 r. Przypomnijmy, że system K powstaje przez dołączenie do logiki klasycznej aksjomatu

$$(K) \quad \Box(p \rightarrow q) \rightarrow (\Box p \rightarrow \Box q),$$

reguły zastępowania definicyjnego

$$\stackrel{df}{(\Box \phi) = (\sim \Diamond \sim \phi)}$$

oraz reguły procedury dowodowej, zwanej Regułą Goedla, stwierdzającej, że formuła o postaci $(\Box \phi)$ jest tezą, jeśli tezą jest formuła o postaci ϕ . Natomiast system można uzyskać przez dołączenie do systemu K aksjomatu

$$(T) \quad \Box p \rightarrow p.$$

Powodem, dla którego zdecydowano się na wprowadzenie wymienionej modyfikacji, jest szczególna pozycja, jaką zajmuje system K w stosunku do semantyk relacyjnych. Tezy systemu K i tylko tego systemu są mianowicie spełnione we wszelkich strukturach modelowych tych semantyk, bez względu na własności relacji dostępności właściwej dla danej klasy struktur. System T, odmiennie, jest adekwatny i pełny względem klasy struktur mających tę własność, że relacja dostępności jest w nich zwrotna. Mamy zatem do czynienia z interesującym uogólnieniem teoretycznym. Przyjęło się w związku z tym nazywać wszystkie systemy logiki modalnej oparte na systemie K *normalnymi* logikami modalnymi, a system K określać jako najslabszą – i w pewnym sensie podstawową – normalną logikę modalną. Spośród systemów pośrednich między systemem K a systemem T Autorzy rozpatrują interesujący system D, powstający przez dołączenie do systemu K aksjomatu

$$(D) \quad \Box p \rightarrow \Diamond p,$$

slabszego niż aksjomat (T). Teoretyczna doniosłość systemu D bierze się m. in. stąd, że niektórzy usiłują interpretować ten system jako adekwatną logikę deontyczną (stąd nazwa systemu i jego osobliwego aksjomatu). Jest jasne, że systemy K, D, T, a także takie systemy jak S4, B, S5, są uznawane za normalne logiki modalne.

Drugą istotną innowacją jest wprowadzenie techniki modeli kanonicznych jako narzędzia dowodzenia twierdzeń o własnościach systemów modalnych. Metoda tablic semantycznych jest używana jedynie jako metoda rozstrzygania. Rezygnuje się z tak charakterystycznej dla pracy *An Introduction* z 1968 r. interpretacji semantyk relacyjnych jako gier. Zamiast tego punkty struktury relacyjnej są interpretowane jako zupełne i niesprzeczne rozszerzenia poszczególnych systemów logiki modalnej.

O rozszerzeniu pewnego systemu L mówimy w sensie, o który tutaj chodzi, że jest niesprzeczne wtedy i tylko wtedy, gdy nie jest tak, że do tego rozszerzenia należą zarazem pewna formuła ϕ oraz jej negacja $(\sim \phi)$. Mówimy natomiast, że rozszerzenie jest zupełne wtedy i tylko wtedy, gdy dla dowolnej formuły ϕ należącej do języka, w którym został sformułowany system L , co najmniej jedna z formuł ϕ , $(\sim \phi)$ należy do tego rozszerzenia. Rozszerzenie jest wreszcie niesprzeczne i zupełne, gdy ma obie omó-

wione własności, czyli wtedy i tylko wtedy, gdy dla dowolnej formuły ϕ należącej do języka, w którym został sformułowany system L , dokładnie jedna z formuł ϕ , $(\sim\phi)$ należy do tego rozszerzenia.

Istnienie niesprzecznych i zupełnych rozszerzeń systemów, które spełniają pewne elementarne warunki, spełnione przez wszystkie rozpatrywane tu systemy modalne, jest zagwarantowane przez twierdzenie A. Lindenbauma o rozszerzeniach zupełnych i niesprzecznych, zwane twierdzeniem o zanurzeniu, twierdzeniem o nadsystemach lub twierdzeniem o maksymalizacji, dlatego też takie rozszerzenia systemów dedukcyjnych nazywa się rozszerzeniami Lindenbauma.

Modelem kanonicznym systemu logiki modalnej nazywa się zbiór wszystkich rozszerzeń Lindenbauma tej logiki, wraz z relacją dostępności między rozszerzeniami Lindenbauma w_1 i w_2 , definiowaną zawsze w następujący sposób:

$$w_1 R w_2 \equiv \forall \phi (V(\Box \phi, w_1) = 1 \rightarrow V(\phi, w_2) = 1),$$

przy czym spełnienie zdania w danym punkcie semantyki relacyjnej interpretuje się jako należenie tego zdania do określonego rozszerzenia Lindenbauma:

$$V(\phi, w) = 1 \equiv \phi \in w.$$

czyli

$$w_1 R w_2 \equiv \forall \phi ((\Box \phi) \in w_1 \rightarrow \phi \in w_2),$$

Okazuje się, że w wielu wypadkach (wbrew obiegowej opinii nie we wszystkich) przyjęcie takiej interpretacji semantyki relacyjnej w znaczący sposób ułatwia dowodzenie twierdzeń o pełności systemów logiki modalnej względem niektórych klas struktur relacyjnych. Twierdzenie o pełności pewnego systemu logiki L jest zdaniem o schemacie:

jeżeli formuła ϕ jest spełniona we wszystkich strukturach należących klasy $\mathcal{E}$,
to formuła ϕ jest tezą systemu L .

Na mocy prawa transpozycji prostej, $(p \rightarrow q) \rightarrow (\sim q \rightarrow \sim p)$, równoważne jest twierdzenie:

jeżeli formuła ϕ nie jest tezą systemu L , to istnieje taka struktura należąca do klasy $\mathcal{E}$, że ϕ nie jest spełniona w tej strukturze.

Otóż łatwo udowodnić, że na mocy definicji modelu kanonicznego, jeżeli pewna formuła ϕ nie jest tezą logiki L , to istnieje taka struktura – mianowicie model kanoniczny – że formuła ϕ nie jest spełniona w tej strukturze. Jeżeli można udowodnić, że relacja dostępności właściwa dla danego modelu kanonicznego pewnej logiki modalnej ma takie własności, że ten model kanoniczny należy do klasy $\mathcal{E}$, to znaczy, że dla każdej formuły nie będącej tezą istnieje struktura klasy $\mathcal{E}$, w której ta formuła nie jest spełniona. To zaś jest teza równoważna – jak powiedziano – twierdzeniu o pełności danego systemu L względem klasy struktur $\mathcal{E}$.

Wypływa stąd wniosek, że wystarczy dowieść, iż model kanoniczny pewnej logiki modalnej L należy do klasy $\mathcal{E}$, by zakończyć dowód, że dana logika modalna L jest pełna względem klasy $\mathcal{E}$ struktur relacyjnych. Na przykład dowód, że relacja dostępności w modelu kanonicznym systemu T jest zwrotna, wystarczy dla dowodu, że system T jest pełny względem klasy struktur relacyjnych mających zwrotną relację dostępności. Dowód ten przedstawia się następująco.

Załóżmy, że pewna formuła $(\Box\phi)$ należy do pewnego rozszerzenia Lindenbauma w systemie T. Wiadomo jednak, że formuła $(\Box\phi \rightarrow \phi)$, zwana wzorem (T), jest aksjomatem systemu T, więc należy do każdego rozszerzenia systemu T, zatem należy również do rozszerzenia w . Stąd, na mocy reguły odrywania, pojętej jako reguła wnioskowania, do rozszerzenia w należy formuła ϕ . To jednak znaczy, że spełniona jest formuła $(\forall w ((\Box\phi) \in w \rightarrow \phi \in w))$, a zatem na mocy definicji relacji dostępności w modelu kanonicznym $w R w$, więc relacja R jest zwrotna, co kończy dowód. (s. 120)

Dla porównania przypomnijmy tylko, że dowód pełności systemu T względem klasy struktur o zwrotnej relacji dostępności, oparty na technice tablic semantycznych, zawarty w pracy *An Introduction* zajmuje osiem stron druku (s. 96-104 w wydaniu z 1968 r.).

Przy okazji napomkniemy, że odkrycie techniki modeli kanonicznych okazało się doniosłe nie tylko na gruncie logiki, ale również w ramach filozoficznej teorii światów możliwych z uwagi na spór, czy światy możliwe są jakimiś nośnikami wartości logicznych lub ich układami, czy też nie. Zwolennicy obu stanowisk starają się wykrzesać w tej dyskusji filozoficznej pewne argumenty zaczerpnięte z logiki formalnej, w szczególności właśnie z teorii modeli kanonicznych, odnawiając tym samym zagadnienie stosowalności czystej logiki do rozwiązywania problemów filozoficznych. Zamierzamy szerzej zabrać głos w tej sprawie w innym miejscu.

W części drugiej, zatytułowanej „Normalne systemy modalne”, omówiono szereg szczegółowych zagadnień dotyczących logiki modalnej. Mowa jest tutaj o zastosowaniu semantyki relacyjnej logik modalnych do badań w dziedzinie logiki zdań czasowych, czyli o tzw. czasowej lub temporalnej interpretacji logik modalnych i o własności modeli skończonych. Przedstawiono również interesujące zagadnienie systemów modalnych, które nie są pełne względem jakiejkolwiek klasy struktur relacyjnych, a także kilka nieco bardziej zaawansowanych tematów, takich jak definiowalność modalna w logice pierwszego i drugiego rzędu.

Wszystkie zagadnienia zostały wyłożone w taki sposób, że ich zrozumienie praktycznie nie wymaga odrębnego przygotowania poza uważną lekturą części pierwszej. Należy przy okazji ostatniego stwierdzenia podkreślić wielki walor pracy Hughesa i Cresswella, jakim jest bez wątpienia jej wstępny charakter, pełen szacunku dla czytelnika nieobznajomionego dotąd głęboko z rachunkami logiki formalnej. Zarazem Autorom udało się uniknąć, czającego się na piszących prace o charakterze wstępu, niebezpieczeństwa zbytniego spływania zagadnień.

Trzecia część poświęcona jest modalnej logice predykatów. Jest to gałąź logiki modalnej szczególnie najeżona trudnościami filozoficznymi. W części tej dotknięto

też, poza problematyką ściśle logiczną, pewnych zagadnień filozoficznych związanych bezpośrednio z wykładem rachunku logicznego. Wspomniano zatem o problemie przygodnych zdań stwierdzających identyczność przedmiotów, przedmiotach mających istnieć tylko w niektórych światach możliwych lub identyczności w poprzek światów możliwych.

Należy mieć nadzieję, że praca *A New Introduction to Modal Logic*, mimo wysokiej ceny, będącej chyba główną wadą książki, upowszechni się wśród studiujących logikę modalną podobnie jak jej poprzedniczka. Jest to bowiem dzieło o wielkich walorach teoretycznych i dydaktycznych.

Marcin Tkaczyk
Katedra Logiki KUL

Kazimierz Świrydowicz, *Podstawy logiki modalnej*, Poznań: WN UAM, 2004, ss. 336. ISBN 83-232-1374-7.

Z uznaniem i zadowoleniem witamy pierwszą polską kompleksową monografię logiki modalnej, autorstwa Pana Profesora Kazimierza Świrydowicza, pracownika Uniwersytetu im. Adama Mickiewicza i Akademii Sztuk Pięknych w Poznaniu. Autor jest logikiem o szerokim, niemalże renesansowym, wykształceniu: doktorem habilitowanym filozofii, doktorem prawa i matematyki. Powodem apriorycznej radości, wywoływanej pojawieniem się omawianej publikacji jest fakt, że praca taka była oczekiwana w ojczyźnie J. Łukasiewicza przez dziesięciolecia. Logika modalna jest dyscypliną na tyle doniosłą i cieszącą się ugruntowaną pozycją, a Polska jest tak spragniona rodzimej monografii w tej dziedzinie, że nie ma potrzeby poszukiwania odrębnej argumentacji za celowością ogłoszenia omawianej publikacji.

Książka K. Świrydowicza prezentuje współczesną (tj. matematyczną co do metody) zdaniową logikę modalną z punktu widzenia tradycji anglosaskiej (tj. związaną głównie z semantykami relacyjnymi), z uwzględnieniem pewnych aspektów algebraicznych, w aspekcie formalnym. W zakres monografii nie wchodzi zatem historia ponad dwutysięcznych zmagających z funktorami modalnymi w logice przedmatematycznej. Pominięto też niektóre próby współczesne (system Łukasiewicza, próby formalizacji sylogistyk modalnych, logik kontrfaktycznych i w ogóle systemów, w których funktory modalne byłyby funktorami innymi niż jednoargumentowe funktory zdaniotwórcze o argumentach zdaniowych). Praca nie obejmuje ponadto trudnych zagadnień wprowadzenia funktorów modalnych do logiki pierwszego rzędu, a zatem zagadnienia takie jak: problem nieprzezroczystości kontekstów modalnych, wzorów Barcan, istnienia i identyczności w poprzek światów możliwych. Z tradycyjnych formalnych aspektów logiki modalnej praca nie podejmuje także zagadnienia modalnych systemów dedukcji naturalnej. W zakres pracy nie wchodzi wreszcie problematyka wartości poznawczej poszczególnych systemów modalnych, ich źródeł, metod tworzenia itp., czyli szeroko pojęta problematyka filozoficzna powstająca w ramach logiki modalnej. Książ-