

ROBERT TRYPUZ

O NAZYWANIU PRZEDMIOTÓW –
CZYLI JAK TADEUSZ KOTARBIŃSKI UCZY ROZUMIEĆ
ONTOLOGIĘ STANISŁAWA LEŚNIEWSKIEGO

Utworzył więc Pan Bóg z ziemi wszelkie dzikie zwierzęta i wszelkie ptactwo niebios i przyprowadził do człowieka, aby zobaczyć, jak je nazwie, a każda istota żywa miała mieć taką nazwę, jaką nada jej człowiek. Nadał tedy człowiek nazwy wszelkiemu bydlu i ptactwu niebios, i wszelkim dzikim zwierzętom.

Rdz 2, 19-20; Biblia Warszawska

1. WSTĘP

Celem niniejszego artykułu jest próba ufundowania małej, elementarnej Ontologii Stanisława Leśniewskiego na prostej teorii relacji „podpadania przedmiotu pod nazwę”. Interesować nas będzie jedynie interpretacja lingwistyczna Ontologii. Bezpośrednią inspiracją do takiego spojrzenia na tę teorię był referat Ontologii w *Elementach* T. Kotarbińskiego¹. Tekst w zamyśle jest adresowany również do nielogików, stąd zawiera on fragmenty powszechnie znane i oczywiste dla umysłów dobrze z logiką formalną zapoznanych.

Głównym rezultatem tego artykułu jest teoria pierwszego rzędu pokazująca, że do lingwistycznego modelu Ontologii mogą należeć tylko takie nazwy ogólne, które mają co najmniej dwa desygnaty, posiadające swoje nazwy indywidualne (tj. nazwa ogólna poza owymi dwoma desygnatami nazwanymi indywidualnie może również oznaczać inne przedmioty, które nazw indywidualnych nie posiadają).

Dr ROBERT TRYPUZ – Katedra Logiki, Wydział Filozofii, Katolicki Uniwersytet Lubelski Jana Pawła II; adres do korespondencji: Al. Raławickie 14, 20-950 Lublin; e-mail: trypuz@kul.pl

¹ Pośrednią, choć nie mniej ważną, inspiracją do napisania tego tekstu były wielogodzinne rozmowy o Ontologii z wielkim miłośnikiem systemów Leśniewskiego, profesorem Toshiharu Waragaiem, któremu niniejszym dziękuję za poświęcony mi czas i gościnność.

W pracy zauważa się również, że możliwe są „mocniejsze” lingwistyczne interpretacje wspomnianego systemu Leśniewskiego. W jednej z nich każdy desygnat (każdej) nazwy ogólnej ma swoją nazwę indywidualną (tj. wszystkie przedmioty oznaczane przez nazwy ogólne są nazwane indywidualnie). W innej znów, wszystkie przedmioty bez wyjątku mają swoje nazwy. Wydaje się jednak, że trudno byłoby znaleźć język spełniający wymogi tych „mocniejszych” interpretacji.

Odpowiedniki teoriomnogościowe wymienionych wyżej interpretacji lingwistycznych zostały opisane w artykule autorstwa A. Pietruszczaka (PIETRUSZCZAK 2000). Jeden z recenzentów zauważył słusznie – za co bardzo serdecznie dziękuję mu w tym miejscu – że na gruncie teorii zbiorów różnice między odpowiednikami interpretacji lingwistycznych są „nieciekawe”. Pisząc ten tekst w duchu filozofii Leśniewskiego, chcemy raczej stronić od zbiorów, tym samym nie będziemy wnikać w relacje między modelami teoriomnogościowymi Ontologii. Odeślemy zainteresowanego czytelnika do wzmiankowanej pracy A. Pietruszczaka (PIETRUSZCZAK 2000), w szczególności zamieszczonego w niej twierdzenia 5.2 i jego dowodu.

2. STANDARDOWA INTERPRETACJA ONTOLOGII LEŚNIEWSKIEGO

1. UWAGI WPROWADZAJĄCE

Zacznijmy nasze rozważania od zreferowania sposobu odczytywania kwantyfikatorów przez T. Kotarbińskiego. W rozdziale III *Elementów* Kotarbiński podaje dwa zdania:

- $\forall x$ (x jest ciałem).
- $\exists x$ (x jest człowiekiem),

które odczytuje odpowiednio:

1. » „Dla wszelkiego x , x jest ciałem”; co znaczy: jakąkolwiek nazwę podstawiliby się za „ x ” we wzorze: „ x jest ciałem”, otrzymałoby się z tego wzoru zdanie prawdziwe (jak: „Jan jest ciałem”, „Giewont jest ciałem” itp.) «
2. » „Dla pewnego x , x jest człowiekiem”; co znaczy: „Można dobrać taką nazwę za „ x ”, że gdyby podstawić ją we wzorze: „ x jest człowiekiem”, otrzymałoby się z tego wzoru zdanie prawdziwe (np. zdanie: „Piotr jest człowiekiem”). « (KOTARBIŃSKI 1986, s. 187)

Ontologia jest teorią spójnika „ ε ”, będącego funktorem zdaniotwórczym od dwóch argumentów nazwowych. Za jego pomocą można utworzyć wyrażenia postaci:

$$a\epsilon b$$

odczytywane „ a jest b ”. Oryginalnie Ontologia precyzuje sens „ ϵ ” za pomocą jednego aksjomatu. Podajemy go poniżej wraz z jego odczytaniem przez Kotarbińskiego w III rozdziale *Elementów*²:

$$\forall a, b (a\epsilon b \equiv \forall c (c\epsilon a \rightarrow c\epsilon b) \wedge \exists c (c\epsilon a) \wedge \forall c, d (c\epsilon a \wedge d\epsilon a \rightarrow c\epsilon d)) \quad (1)$$

Jakiegokolwiek by się dobrało nazwy za a i b , zdanie „ a jest b ” jest równoważne koniunkcji następujących zdań: 1) „Jakiegokolwiek by się dobrało nazwę za c , prawdą jest, że jeżeli jej desygnat podpada pod a , to podpada pod b ”, 2) „Można dobrać taką nazwę za c , że jej desygnat podpada pod a ”, 3) „Jakiegokolwiek by się dobrało nazwy za c i d , prawdą jest, że jeżeli desygnat pierwszej podpada pod a i desygnat drugiej podpada pod a , to desygnat pierwszej jest desygnatem drugiej”. [...] innymi słowy, to tyle, co: „Dla wszelkich a i b , a jest b zawsze i tylko, jeżeli 1) klasa a -ów zawiera się w klasie b -ów, 2) istnieją desygnaty nazwy » a «, 3) desygnatów nazwy » a « nie ma więcej niż jeden”.

W artykule tym wyraża się przekonanie, że aby właściwie zrozumieć sens aksjomatu Ontologii Leśniewskiego, należy odwołać się do takiej relacji jak „bycie desygnatem nazwy” czy – innymi słowy – „podpadanie desygnatu pod nazwę”, co czynimy poniżej.

Drażąc podane wyżej zagadnienia, konstruujemy prostą teorią pierwszego rzędu z jedną pierwotną relacją:

*przedmiot (realny) ... jest (w danym języku i ze względu na dane znaczenie)
desygnatem nazwy ...*

Na jej gruncie zdefiniujemy standardowy sposób rozumienia funktora „ ϵ ” małej elementarnej Ontologii Leśniewskiego.

Jest podstawową wiedzą każdego logika, że zmienne nazwowe danej teorii reprezentują nazwy, które można za nie podstawiać, i przebiegają klasę/zbiór przedmiotów, których owa teoria dotyczy. Zmienne Ontologii Leśniewskiego reprezentują nazwy nazw i przebiegają nazwy, które mogą być jednostkowe, ogólne lub puste. Nie można zatem zawsze, z całkowitą pewnością, traktować każdej nazwy (o której mówi Ontologia) jako oznaczającej/nazywającej jakiś przedmiot. Co do niektórych jednak formuł Ontologii można mieć pewność, że (przynajmniej niektóre) zmienne w nich występujące przebiegają klasę nazw jednostkowych oznaczających przedmioty.

² W cytacie zmieniono oznaczenia zmiennych nazwowych, dostosowując je do notacji przyjętej w tym artykule.

Aby dobrze zrozumieć małą elementarną Ontologię Leśniewskiego, trzeba należyście odróżnić zmienne w formułach przebiegające nazwy jednostkowe od tych, co do których nie ma pewności, jakiego typu nazwy nazw reprezentują. Wyrażenie Ontologii „ $a \in b$ ” przy standardowej (tj. zamierzonej przez Leśniewskiego) interpretacji jest tak scharakteryzowane, że jest zagwarantowane, że a jest nazwą jednostkową (dokładnie jednego przedmiotu), natomiast b nazwą jednostkową bądź ogólną (wielu przedmiotów).

Podobnie rzecz się ma z kwantyfikatorami. W Ontologii kwantyfikuje się tylko po nazwach. Kwantyfikator ogólny w tej teorii należy zatem odczytywać „dla każdej nazwy”, kwantyfikator szczegółowy zaś „dla pewnej nazwy” lub „istnieje taka nazwa, że”. Niekiedy istnieje jednak możliwość przedmiotowego (ograniczonego) użycia kwantyfikatorów. Będziemy na przykład mówić w Ontologii „dla każdego przedmiotu a ” lub „dla pewnego przedmiotu a ” wtedy, gdy będziemy mieli zagwarantowane ograniczenie zasięgu kwantyfikacji do nazw jednostkowych.

Podstawą prezentowanych wniosków są teksty samego Leśniewskiego *O podstawach matematyki* (cf. LEŚNIEWSKI 1927, 1928, 1929, 1930, 1931), teksty zawarte w *Leśniewski's systems* (STRZEDNICKI, RICKEY, CZELAKOWSKI 1984) oraz wspomniane wcześniej praca A. Pietruszczaka (PIETRUSZCZAK 2000) oraz opis Ontologii autorstwa T. Kotarbińskiego zamieszczony w *Elementach teorii poznania, logiki formalnej i metodologii nauk* (KOTARBIŃSKI 1986)³. Wartym zauważenia jest fakt, że w LEŚNIEWSKI 1931, podstawowym tekście poświęconym Ontologii, większą część wykładu Leśniewski przeprowadza ustami Kotarbińskiego, poprzedzając ów wykład komentarzem:

[...] gdy chodzi o moją Ontologię, mam uzasadnione prawo do uważania Tadeusza Kotarbińskiego za swojego naukowego sprzymierzeńca. – Na wzmiankowanych wyżej „*Elementach teorii poznania, logiki formalnej i metodologii nauk*” zamierzam tu pasorzytować, ile mi tylko sił starczy. (LEŚNIEWSKI 1931, s. 161-162)⁴

Na tych samych *Elementach* autor niniejszego tekstu, wzorem twórcy Ontologii, również pasorzytować zamierza.

Pojęcia nazwy, różne typy nazw oraz pojęcie oznaczania i bycia desygnatem prezentujemy w oparciu o autoryzowany skrypt z wykładu prof. Kazimierza Ajdukiewicza (odbywającego się w roku akademickim 1927/28) (AJDUKIEWICZ 1928).

³ Pisząc ten tekst korzystałem również z prac: LUSCHEI 1962; MARCUS 1962; KIELKOPF 1977; KÜNG 1977; SIMONS 1982; RICKEY 1985; SIMONS 1985; TAKANO 1991; WARAGAI 2003; WARAGAI, OYAMADA 2007; KULICKI 2012, 2013). Jestem również ogromnie wdzięczny Recenzentom za bardzo celne uwagi i sugestie, których uwzględnienie przyczyniło się do znacznego poprawienia czytelności tej pracy.

⁴ Pisownia oryginalna.

2. NAZWY I ICH DESYGNATY

Zacznijmy od przyjęcia charakterystyki nazwy. Za Ajdukiewiczem przyjmujemy, że

Nazwą będzie każde takie wyrażenie, które jest tej samej kategorii znaczeniowej, co wyraz „słońce” w zdaniu „słońce świeci”, przyczem zakładamy, że w zdaniu tem wyraz „świeci” jest funktorem właściwym, zaś wyraz „słońce” jego argumentem, wedle schematu „słońce(świeci)” – (argumentem jest wyraz w nawiasie, funktorem wyraz sąsiadujący z nawiasem od zewnątrz). Nazwami będą więc takie wyrażenia N, że jeśli jakieś wyrażenie k, które wstawione prawidłowo zamiast N do zdania w którym N występuje, zamieni to zdanie w wyrażenie będące znów zdaniem – to równokształtne z k wyrażenie, wstawione prawidłowo zamiast wyrazu „słońce” do zdania „słońce świeci”, zamieni to zdanie również w zdanie. (AJDUKIEWICZ 1928, s. 14)

W aspekcie semantycznym powiemy, że nazwa jest wyrazem bądź wyrażeniem, które pełni funkcję oznaczania lub nazywania w danym języku. Oznaczać lub nazywać przedmiot w danym języku to tyle, co być nazwą przedmiotu w tym języku (ze względu na dane znaczenie w przypadku nazw generalnych) lub – innymi słowy – wskazywać na przedmiot (poprzez znaczenie).

Przez „ $Des(x, a)$ ” będziemy rozumieć, że *przedmiot (realny) x jest desygnatem nazwy a (w danym języku i ze względu na dane znaczenie)* lub – innymi słowy – że *x podpada pod a* ⁵. Odnośnie do zmiennych występujących w relacji $Des(x, a)$ zawsze będzie tak, że pierwszy argument będzie zmienną reprezentującą przedmioty realne, drugi zaś argument będzie zmienną reprezentującą nazwy nazw. Na przykład prawdą jest $Des(\text{Muszka}, \text{„pies”})$, gdzie „Muszka” jest nazwą indywidualną psa teściów autora tego tekstu.

Nie będziemy określać stanowiska co do znaczenia terminu „przedmiot realny”, pozostawiając tę kwestię metafizykom. Nadmienimy jedynie, że chcemy, aby „światy” nazw i przedmiotów pozostały rozłączne (m.in. ze względu na antynomię Grellinga).

Przez „ $Sig(a, x)$ ” będziemy rozumieć, że *nazwa a oznacza lub nazywa przedmiot realny x* . Powiemy też, że być oznaczanym przez tę nazwę to tyle co być desygnatem danej nazwy (cf. AJDUKIEWICZ 1928, s. 27-28)⁶:

$$Sig(a, x) \equiv Des(x, a) \quad (2)$$

⁵ Dla lepszej czytelności przyjmujemy, że początkowe litery alfabetu $a, b, c, \dots$ służyć nam będą jako zmienne przebiegające nazwy, końcowe zaś litery alfabetu $x, y, z, \dots$ jako zmienne przebiegające przedmioty.

⁶ Będziemy unikać pisania kwantyfikatora ogólnego na początku formuł. Należy traktować wszystkie zmienne wolne w formułach poniżej jako związane przez kwantyfikator ogólny.

Sig jest więc relacją odwrotną do *Des*.

Dalej zdefiniujemy odpowiednio predykaty: bycie nazwą niepustą (N^{np}), bycie nazwą pustą (N^0), bycie nazwą mającą nie więcej niż jeden desygnat ($N^{\leq 1}$) oraz bycie nazwą jednostkową (N^1) (por. AJDUKIEWICZ 1928, s. 29-30)⁷:

$$N^{np}(a) \equiv \exists x \text{ Des}(x, a) \quad (3)$$

$$N^0(a) \equiv \neg N^{np}(a) \quad (4)$$

$$N^{\leq 1}(a) \equiv \forall x, y (\text{Des}(x, a) \wedge \text{Des}(y, a) \rightarrow x = y) \quad (5)$$

$$N^1(a) \equiv N^{np}(a) \wedge N^{\leq 1}(a) \quad (6)$$

Z powyższego widać jasno, że *a* jest nazwą niepustą wtedy i tylko wtedy, gdy (wtw) istnieją jej desygnaty (dokładniej: przynajmniej jeden desygnat), jest nazwą pustą wtw nie posiada desygnatów, jest nazwą mającą nie więcej niż jeden desygnat wtw każde dwa jej desygnaty są identyczne oraz jest nazwą jednostkową wtw dokładnie jeden przedmiot jest jej desygnatem.

Będziemy tak budować naszą teorię, aby nie pociągała ona za sobą konieczności istnienia nazw, które coś oznaczają. Znaczy to, że dopuszczona będzie sytuacja, aby wśród nazw znajdowały się tylko nazwy puste (język złożony tylko z takich nazw byłby językiem całkowicie oderwanym od rzeczywistości przedmiotowej). Dzięki temu prezentowana teoria, w której będziemy chcieli wyrazić małą elementarną Ontologię Leśniewskiego, zgodnie z jego zaleceniami (zob. przypis 4 w LEŚNIEWSKI 1928, s. 265⁸) nie będzie miała zobowiązań ontologicznych *na poziomie lingwistycznym*, tj. nie będzie posiadać żadnej tezy stwierdzającej bezpośrednio lub pośrednio istnienia nazwy niepustej.

Kolejna uwaga będzie dotyczyć związku między przedmiotami i nazwami. W podstawowej wersji naszego systemu *nie* gwarantuje się istnienia nazwy dowolnego przedmiotu, tj. wyrażenie

$$\forall x \exists a \text{ Des}(x, a)$$

nie będzie jego tezą. Teoria dopuszczać więc będzie istnienie przedmiotów „leksykalnie ukrytych”⁹.

⁷ Definicja nazwy ogólnej będzie podana później. Okaże się, że jest ona kluczowa dla tego artykułu.

⁸ W tym samym miejscu Leśniewski mówi również, że nie ma wątpliwości, że pewien przedmiot jest przedmiotem (co jest równoważne zdaniu „przy pewnym $X - X$ jest przedmiotem”), choć w swoich systemach chciałby tego założenia uniknąć.

⁹ Ponieważ nasze poznanie jest nieodzownie powiązane z językiem, o przedmiotach „leksykalnie ukrytych” można myśleć jako o przedmiotach niepoznanych.

Przez „ $Inc(a,b)$ ” będziemy rozumieć, że „(wszystkie) desygnaty nazwy a podpadają pod nazwę b ” lub innymi słowy (skrótowo): „klasa a -ów zawiera się w klasie b -ów” lub „ a zawiera się zakresowo w b ” (tj. „zakres nazwy a zawiera się w zakresie nazwy b ”):

$$Inc(a,b) \equiv \forall x (Des(x,a) \rightarrow Des(x,b)) \quad (7)$$

Z powyższej definicji wynika, że

$$„Inc” \text{ jest relacją zwrotną i przechodnią.} \quad (8)$$

Warunkiem wystarczającym *symetryczności* „ Inc ” jest jednostkowość nazw pozostających w tej relacji, tj. jeśli nazwy a i b są jednostkowe, to jeśli klasa a -ów zawiera się w klasie b -ów, to klasa b -ów zawiera się w klasie a -ów¹⁰:

$$N^1(a) \wedge N^1(b) \rightarrow (Inc(a,b) \rightarrow Inc(b,a)) \quad (9)$$

Dowód

- | | |
|--|-------------------|
| 1. $N^1(a)$ | zał. |
| 2. $N^1(b)$ | zał. |
| 3. $Inc(a,b)$ | zał. |
| 4. $\neg Inc(b,a)$ | z.d.n. |
| 5. $\exists x (Des(x,b) \wedge \neg Des(x,a))$ | def(7):4,WRP |
| 6. $Des(x,b) \wedge \neg Des(x,a)$ | WRP:5 |
| 7. $\exists x Des(x,a)$ | def(6),3:1,KRZ |
| 8. $Des(x',a)$ | WRP:7 |
| 9. $\forall x (Des(x,a) \rightarrow Des(x,b))$ | def(7):3 |
| 10. $Des(x',a) \rightarrow Des(x',b)$ | WRP:9 |
| 11. $Des(x',b)$ | MP:8,10 |
| 12. $x = x'$ | def(5):2,WRP:6,11 |
| 13. $\neg Des(x',a)$ | WRP:6,12 |
| <i>sprz</i> : 8,13 | |

□

Do tej pory nie wprowadziliśmy żadnego aksjomatu dla pierwotnego predykatu „ Des ”. Teraz przymierzmy się do podania jednego z nich. to pytanie jest negatywna. Zaczniemy od wyobrażenia sobie dowolnej nazwy a , dla której są jednocześnie prawdziwe dwie poniższe formuły:

¹⁰ Dowodzić będziemy w oparciu o metodę założeniową Słupeckiego-Borkowskiego (BORKOWSKI 1991). W opisie wierszy dowodowych przyjmujemy, że „zał.” to skrót od założenie, „z.d.n.” – założenie dodatkowe, zaś „z.d.n.” to skrót od założenie dowodu niewprost.

W1 $\exists b (N^1(b) \wedge Inc(b, a))$

Istnieje nazwa jednostkowa zakresowo zawarta w a .

W2 $\forall c, d (N^1(c) \wedge N^1(d) \wedge Inc(c, a) \wedge Inc(d, a) \rightarrow Inc(c, d))$

Każde dwie nazwy jednostkowe zawarte w a (ekstensjonalnie) zawierają się w sobie wzajemnie.

Z pewnością o rzeczonyj nazwie a powiemy, że jest ona niepusta – gwarantuje to warunek W1. Zauważmy jednak, że nie musi być ona jednostkowa (co wydaje się sugerować W2) – wśród jej desygnatów bowiem może znaleźć się przedmiot niepodpadający pod żadną nazwę jednostkową.

Okazuje się jednak, że w rekonstrukcji Ontologii Leśniewskiego w naszej teorii konieczne jest przyjęcie, że W2 implikuje, że nazwa a posiada nie więcej niż jeden desygnat. Innymi słowy, dla dowolnej nazwy a W2 musi stać się warunkiem wystarczającym tego, że nazwa a posiada nie więcej niż jeden desygnat. Formalnie zapisujemy to następująco:

$$\forall c, d (N^1(c) \wedge Inc(c, a) \wedge N^1(d) \wedge Inc(d, a) \rightarrow Inc(c, d)) \rightarrow N^{\leq 1}(a) \quad (10)$$

Formułę 10 przyjmujemy jako jedyny aksjomat naszej teorii.

Nazwa ogólna. Przyjmując aksjomat 10, łatwo jest również dowieść następujące równoważności:

$$\begin{aligned} \exists x, y (x \neq y \wedge Des(x, a) \wedge Des(y, a)) \equiv \\ \exists c, d (N^1(c) \wedge Inc(c, a) \wedge N^1(d) \wedge Inc(d, a) \wedge \neg Inc(c, d)) \end{aligned} \quad (11)$$

Jeśli teraz przyjmujemy naturalną definicję nazwy ogólnej jako takiej, której posiada przynajmniej dwa desygnaty, tj.:

$$N^{\geq 2}(a) \equiv \exists x, y (x \neq y \wedge Des(x, a) \wedge Des(y, a)) \quad (12)$$

to mając na uwadze tezę 11 łatwo również udowodnimy, że

$$N^{\geq 2}(a) \equiv \exists c, d (N^1(c) \wedge Inc(c, a) \wedge N^1(d) \wedge Inc(d, a) \wedge \neg Inc(c, d)) \quad (13)$$

Można by więc powiedzieć, że teoria nazw, w której da się wyrazić małą elementarną Ontologię Leśniewskiego, musi być taka, że o nazwie ogólnej można równoważnie powiedzieć, że ma przynajmniej dwa desygnaty i że *nie* każde dwie nazwy jednostkowe zawarte w a , (ekstensjonalnie) zawierają się w sobie wzajemnie¹¹.

¹¹ Autor uczciwie przyznaje, że nie wie, czy aksjomat 10 jest najsłabszym warunkiem na gruncie prezentowanej teorii potrzebnym do otrzymania w nim małej elementarnej Ontologii Leśniewskiego.

Wartym podkreślenia jest fakt, że z powyższego nie wynika, że każdy desygnat nazwy ogólnej podpada pod jakąś nazwę jednostkową.

3. „ ε ” LEŚNIEWSKIEGO

Zgodnie ze sposobem rozumienia aksjomatu Ontologii przez Kotarbińskiego, który podaliśmy na początku tego rozdziału, *przyjmiemy*, że dla wszelkich a i b zdanie

$$a\varepsilon b$$

jest równoważne koniunkcji następujących warunków

- 1) $Inc(a, b)$ – klasa a -ów zawiera się w klasie b -ów, tj. każdy desygnat nazwy a jest desygnatem nazwy b
- 2) $N^{np}(a)$ – istnieją desygnaty nazwy „ a ”
- 3) $N^{\leq 1}(a)$ – desygnatów nazwy „ a ” nie ma więcej niż jeden

Ostatecznie otrzymujemy formułę:

$$a\varepsilon b \equiv Inc(a, b) \wedge N^{np}(a) \wedge N^{\leq 1}(a) \quad (14)$$

równoważną temu, że a jest b wtw a jest nazwą jednostkową i każdy jej desygnat podpada pod nazwę b :

$$a\varepsilon b \equiv Inc(a, b) \wedge N^1(a) \quad (15)$$

Wyrażenie (15) potraktujemy jako definicję „ ε ” na gruncie naszej teorii oddającą sposób rozumienia „ $a\varepsilon b$ ” przez Leśniewskiego i Kotarbińskiego.

4. KU AKSJOMATOWI ONTOLOGII LEŚNIEWSKIEGO

Teraz pokażemy, w oparciu o definicję (15), że aksjomat Leśniewskiego (zob. (1)) jest tezą naszej teorii.

Rozpocznijmy od pokazania, że warunkiem koniecznym jednostkowości dowolnej nazwy a jest jednoczesne zachodzenie dwóch warunków:

1. $\exists c(c\varepsilon a)$ – istnieje nazwa jednostkowa zakresowo zawarta w a
2. $\forall c, d(c\varepsilon a \wedge d\varepsilon a \rightarrow c\varepsilon d)$ – każde dwie nazwy jednostkowe zawarte w a (ekstensjonalnie) zawierają się w sobie wzajemnie:

$$N^1(a) \rightarrow \exists c(c\varepsilon a) \wedge \forall c, d(c\varepsilon a \wedge d\varepsilon a \rightarrow c\varepsilon d) \quad (16)$$

Dowód. Dowód ten poprzedzimy krótkim komentarzem. W poniższym dowodzie formuła w wierszu 2.2. powstaje z formuły w wierszu 2.3 poprzez opuszczenie

kwantyfikatora szczegółowego i wprowadzenie stałych nazwowych (wytłuszczone litery z początku alfabetu, krój normalny). W zgodzie z konwencją notacyjną, ponieważ kwantyfikacja w wierszu 2.2 jest w uniwersum nazw, wprowadzono stałe reprezentujące nazwy. Analogicznie będziemy postępować w dowodach, gdy kwantyfikacja będzie w uniwersum przedmiotów – stałe pojawiające się w wyniku opuszczenia tych kwantyfikatorów będą reprezentować przedmioty (wytłuszczone litery z końca alfabetu, krój normalny) – zob. np. dowód tezy (18).

1. $N^1(a)$ zał.
2. $\neg \exists c(c\epsilon a) \vee \neg \forall c, d(c\epsilon a \wedge d\epsilon a \rightarrow c\epsilon d)$ z.d.n.
- 1.1. $\neg \exists c(c\epsilon a)$ z.d.
- 1.2. $\forall c \neg(c\epsilon a)$ WRP:1.1
- 1.3. $\neg(a\epsilon a)$ WRP:1.2
- 1.4. $\neg(N^1(a) \wedge Inc(a, a))$ def(15):1.3
sprz : 1.4, 1, teza(8)
- 2.1. $\neg \forall c, d(c\epsilon a \wedge d\epsilon a \rightarrow c\epsilon d)$ z.d.
- 2.2. $\exists c, d(c\epsilon a \wedge d\epsilon a \wedge \neg c\epsilon d)$ WRP:2.1
- 2.3. $c\epsilon a \wedge d\epsilon a \wedge \neg c\epsilon d$ WRP:2.2
- 2.4. $N^1(c) \wedge Inc(c, a) \wedge N^1(d) \wedge Inc(d, a) \wedge$
 $\neg(N^1(c) \wedge Inc(c, d))$ KRZ:2.3
- 2.5. $N^1(c) \wedge Inc(c, a) \wedge N^1(d) \wedge Inc(d, a) \wedge$
 $\neg Inc(c, d)$ KRZ:2.4
- 2.6. $Inc(a, d)$ KRZ:1, 2.5, teza(9)
- 2.7. $Inc(c, d)$ KRZ:2.5, 2.6, teza(8)
sprz : 2.5, 2.7

□

Wykorzystując tezę (16) łatwo udowodnimy implikację „od lewej do prawej” aksjomatu Leśniewskiego, tj.:

$$a\epsilon b \rightarrow \forall c(c\epsilon a \rightarrow c\epsilon b) \wedge \exists c(c\epsilon a) \wedge \forall c, d(c\epsilon a \wedge d\epsilon a \rightarrow c\epsilon d) \quad (17)$$

Dowód.

1. $a\epsilon b$ zał.
2. $N^1(a) \wedge Inc(a, b)$ def(15):1
3. $\neg \forall c(c\epsilon a \rightarrow c\epsilon b) \vee \neg \exists c(c\epsilon a) \vee$
 $\neg \forall c, d(c\epsilon a \wedge d\epsilon a \rightarrow c\epsilon d)$ z.d.n.
4. $\exists c(c\epsilon a) \wedge \forall c, d(c\epsilon a \wedge d\epsilon a \rightarrow c\epsilon d)$ KRZ:teza(16), 2
5. $\neg \forall c(c\epsilon a \rightarrow c\epsilon b)$ KRZ:3, 4

- | | | |
|-----|--|-----------------|
| 6. | $\exists c (c\epsilon a \wedge \neg c\epsilon b)$ | WRP:5 |
| 7. | $c\epsilon a \wedge \neg c\epsilon b$ | WRP:6 |
| 8. | $N^1(\mathbf{c}) \wedge Inc(\mathbf{c}, a) \wedge (\neg N^1(\mathbf{c}) \vee \neg Inc(\mathbf{c}, b))$ | def(15):7 |
| 9. | $N^1(\mathbf{c}) \wedge Inc(\mathbf{c}, a) \wedge \neg Inc(\mathbf{c}, b)$ | KRZ:8 |
| 10. | $Inc(\mathbf{c}, b)$ | KRZ:2,9,teza(8) |
| | <i>sprz</i> : 9,10 | |

□

Warto odnotować, że dowód implikacji „od lewej do prawej” aksjomatu Leśniewskiego nie wymagał odwoływania się do aksjomatu 10; wymagał jedynie przywołania definicji 3, 5, 6, 7, 15, ich konsekwencji oraz praw KRZ i WRP.

Teraz przejdziemy do udowodnienia implikacji „od prawej do lewej” aksjomatu Leśniewskiego. Udowodnimy, że

$$\exists c (c\epsilon a) \wedge \forall c, d (c\epsilon a \wedge d\epsilon a \rightarrow c\epsilon d) \rightarrow N^1(a) \quad (18)$$

Dowód.

- | | | |
|--------|--|-------------------------|
| 1. | $\exists c (c\epsilon a)$ | zał. |
| 2. | $\forall c, d (c\epsilon a \wedge d\epsilon a \rightarrow c\epsilon d)$ | zał. |
| 3. | $\neg N^1(a)$ | z.d.n. |
| 1.1. | $\neg N^{np}(a) \vee \neg N^{\leq 1}(a)$ | def(6):3, KRZ |
| 1.1.1. | $\neg N^{np}(a)$ | z.d. |
| 1.1.2. | $\neg \exists x Des(x, a)$ | def(3):1.1.1 |
| 1.1.3. | $N^1(\mathbf{c}) \wedge Inc(\mathbf{c}, a)$ | def(15):1, WRP |
| 1.1.4. | $Des(\mathbf{x}, a)$ | def(6), 3, 7:1.1.3, KRZ |
| 1.1.5. | $\exists x Des(x, a)$ | WRP:1.1.4 |
| | <i>sprz</i> : 1.1.2, 1.1.5 | |
| 2.1.1. | $\neg N^{\leq 1}(a)$ | z.d. |
| 2.1.2. | $\neg \forall x, y (Des(x, a) \wedge Des(y, a) \rightarrow x = y)$ | def(5):2.1.1 |
| 2.1.3. | $\exists x, y (Des(x, a) \wedge Des(y, a) \wedge x \neq y)$ | WRP:2.1.2 |
| 2.1.4. | $\exists c, d (N^1(c) \wedge Inc(c, a) \wedge N^1(d) \wedge$
$\wedge Inc(d, a) \wedge \neg Inc(c, d))$ | teza(11):2.1.1, WRP |
| 2.1.5. | $\neg \forall c, d (N^1(c) \wedge Inc(c, a) \wedge N^1(d) \wedge$
$\wedge Inc(d, a) \rightarrow N^1(c) \wedge Inc(c, d))$ | WRP:2.1.4 |
| | <i>sprz</i> : 2.1.5, 2, def(15) | |

□

Kończąc udowodnimy pożądaną implikację:

$$\forall c (c\epsilon a \rightarrow c\epsilon b) \wedge \exists c (c\epsilon a) \wedge \forall c, d (c\epsilon a \wedge d\epsilon a \rightarrow c\epsilon d) \rightarrow a\epsilon b \quad (19)$$

Dowód.

- | | | |
|-----|---|------------------|
| 1. | $\forall c (c\epsilon a \rightarrow c\epsilon b)$ | zał. |
| 2. | $\exists c (c\epsilon a)$ | zał. |
| 3. | $\forall c, d (c\epsilon a \wedge d\epsilon a \rightarrow c\epsilon d)$ | zał. |
| 4. | $\neg a\epsilon b$ | z.d.n. |
| 5. | $\neg N^1(a) \vee \neg Inc(a, b)$ | def(15):4, KRZ |
| 6. | $N^1(a)$ | KRZ:teza(18):2,3 |
| 7. | $\neg Inc(a, b)$ | KRZ:5,6 |
| 8. | $\forall c (N^1(c) \wedge Inc(c, a) \rightarrow N^1(c) \wedge Inc(c, b))$ | def(15):1 |
| 9. | $N^1(a) \wedge Inc(a, a) \rightarrow N^1(a) \wedge Inc(a, b)$ | WRP:8 |
| 10. | $Inc(a, b)$ | KRZ:6,9, teza(8) |
| | <i>sprz : 7,10</i> | |

□

5. POJĘCIE PRZEDMIOTU I OGRANICZONE UŻYCIE KWANTYFIKATORÓW

W Ontologii znana jest taka definicja bycia przedmiotem:

$$ob(a) \equiv a\epsilon a \quad (20)$$

Łatwo jest widzieć z uwagi na definicję (15) oraz tezę (8), że

$$a\epsilon a \equiv N^1(a) \wedge Inc(a, a) \equiv N^1(a) \quad (21)$$

A zatem:

$$ob(a) \equiv N^1(a) \quad (22)$$

Z powyższego widać uzasadnienie odczytania wyrażenia „ $ob(a)$ ” jako „ a jest przedmiotem”. Powiedzieć bowiem, że „ a jest przedmiotem”, to tyle samo, co stwierdzić, że nazwa a przedstawia pojedynczy przedmiot.

Przedmiotowe odczytywanie kwantyfikatorów „istnieje taki przedmiot a ”, „dla każdego przedmiotu a ” jest zatem możliwe, mając ograniczony zakres kwantyfikacji do nazw jednostkowych (por. BORKOWSKI 1991, s. 188):

$$\exists a (ob(a) \wedge \varphi) \quad (23)$$

$$\forall a (ob(a) \rightarrow \varphi) \quad (24)$$

gdzie φ jest sensownym wyrażeniem prezentowanej teorii. Tak też wyrażenie

$$\exists a a \varepsilon b$$

można zawsze odczytywać egzystencjalnie jako „istnieje taki przedmiot a , że a jest b ”, co potwierdza teza:

$$\exists a a \varepsilon b \equiv \exists a (ob(a) \wedge a \varepsilon b) \quad (25)$$

Wyrażenie

$$\exists b a \varepsilon b$$

dla którego prawdą jest z uwagi na definicje (15) oraz (3), że

$$\exists b a \varepsilon b \equiv \exists b (N^{np}(b) \wedge a \varepsilon b) \quad (26)$$

nie pozwala na przedmiotowe odczytanie kwantyfikatora szczegółowego z uwagi na fakt, że b , choć nie jest nazwą pustą, to nie musi być też nazwą jednostkową.

6. ROZSZERZENIA

Założenie zbudowanej tu prostej teorii można wzmacniać. Mocniejszymi od aksjomatu 10 są wyrażenia niżej podane i opisane (aksjomat (10) z każdego z nich wynika).

$$\forall x, a (Des(x, a) \rightarrow \exists b (N^1(b) \wedge Des(x, b))) \quad (27)$$

Ta formuła mówi, że dla dowolnego przedmiotu x i dowolnej nazwy a , jeżeli x jest desygnatem a , to istnieje nazwa jednostkowa, pod którą ów przedmiot podpada. Według powyższego założenia, jeżeli a jest nazwą jednostkową oznaczającą x , to w sposób oczywisty istnieje nazwa jednostkowa oznaczająca x i jest nią a (co nie oznacza oczywiście, że nie ma innych nazw jednostkowych nazywających x). Jeżeli natomiast a jest nazwą ogólną, wówczas założenie (27) pociąga istnienie innej nazwy, nazwy jednostkowej, dla x . Intuicyjnie: jeżeli da się nazwać przedmiot ogólnie/gatunkowo/zbiorowo, to powinno się też mieć możliwość nazywania go indywidualnie. Na przykład: jeżeli powiemy, że pewien przedmiot podpada pod jakąś nazwę ogólną, np. „człowiek” albo „stół”, to zawsze możemy do tego przedmiotu odnieść się chociażby przez nazwę jednostkową „ten (to) oto” albo bezpośrednio przez jego nazwę indywidualną.

Mocniejszym od powyższego jest założenie, że wspomniana w sekcji 2 formuła, mówiąca, że dla każdego przedmiotu istnieje jego nazwa:

$$\forall x \exists a Des(x, a) \quad (28)$$

PODSUMOWANIE

Przedstawiliśmy teorię o następującym aksjomacie podstawowym:

$$(A) \quad \forall c, d (N^1(c) \wedge Inc(c, a) \wedge N^1(d) \wedge Inc(d, a) \rightarrow Inc(c, d)) \rightarrow N^{\leq 1}(a)$$

oraz definicjach:

$$(D1) \quad Inc(a, b) \equiv \forall x (Des(x, a) \rightarrow Des(x, b))$$

$$(D2) \quad N^{np}(a) \equiv \exists x Des(x, a)$$

$$(D3) \quad N^{\leq 1}(a) \equiv \forall x, y (Des(x, a) \wedge Des(y, a) \rightarrow x = y)$$

$$(D4) \quad N^1(a) \equiv N^{np}(a) \wedge N^{\leq 1}(a)$$

$$(D5) \quad N^0(a) \equiv \neg N^{np}(a)$$

$$(D6) \quad N^{\geq 2}(a) \equiv \exists x, y (x \neq y \wedge Des(x, a) \wedge Des(y, a))$$

$$(D7) \quad Sig(a, x) \equiv Des(x, a)$$

W intencji autora teoria ta ma przybliżyć sens Ontologii Leśniewskiego nie-logikom, przenosząc ją na grunt bardziej intuicyjnych pojęć semiotycznych i lingwistycznych¹².

LITERATURA

- AJDUKIEWICZ Kazimierz (1928), *Główne zasady metodologii nauk i logiki formalnej*. Warszawa, Nakładem Komisji Wydawniczej Koła Matematyczno-Fizycznego Słuchaczy Uniwersytetu Warszawskiego.
- BORKOWSKI Ludwik (1991), *Wprowadzenie do logiki i teorii mnogości*, Lublin, TN KUL.
- KIELKOPF Charles F. (1977), *Quantifiers in Ontology*, „Studia Logica” 36, s. 301-307.
- KOTARBIŃSKI Tadeusz (1986), *Elementy teorii poznania, logiki formalnej i metodologii nauk*, Warszawa, PWN; wydanie pierwsze: Zakład im. Ossolińskich, Lwów 1929.
- KULICKI Piotr (2012), *An Axiomatisation of a Pure Calculus of Names*, „Studia Logica” 100(5), s. 921-946.
- KULICKI Piotr (2013), *On Minimal Models for Pure Calculi of Names*, „Logic and Logical Philosophy” 22(4), s. 429-443.
- KÜNG Guido (1977), *The Meaning of Quantifiers in the Logic of Leśniewski*, „Studia Logica” 36, s. 309-322.
- LEŚNIEWSKI Stanisław (1927), *O podstawach matematyki*, „Przegląd Filozoficzny” 30, s. 164-206.
- LEŚNIEWSKI Stanisław (1928), *O podstawach matematyki*, „Przegląd Filozoficzny” 31, s. 261-291.
- LEŚNIEWSKI Stanisław (1929), *O podstawach matematyki*, „Przegląd Filozoficzny” 32, s. 60-101.

¹² Formalnie, zdaniem piszącego te słowa, prezentowana teoria nie wykracza znacznie poza rezultaty opisane przez A. Pietruszczaka (PIETRUSZCZAK 2000).

- LEŚNIEWSKI Stanisław (1930), *O podstawach matematyki*, „Przegląd Filozoficzny” 33, s. 77-105.
- LEŚNIEWSKI Stanisław (1931), *O podstawach matematyki*, „Przegląd Filozoficzny” 34, s. 142-170.
- LUSCHEI Eugene C. (1962), *The Logical Systems of Leśniewski*, Amsterdam: North-Holland.
- MARCUS Ruth Barcan (1962), *Interpreting Quantification*, „Inquiry” 5, s. 252-259.
- PIETRUSZCZAK Andrzej (2000), *O teoriach pierwszego rzędu związanych z elementarnym fragmentem ontologii Leśniewskiego*, [w:] Jerzy PERZANOWSKI, Andrzej PIETRUSZCZAK (eds), *Logika & Filozofia Logiczna: FLFL 1996–1998*, Toruń, Wydawnictwo UMK.
- RICKEY V. Frederick (1985), *Interpretations of Leśniewski's Ontology*, „Dialectica” 39, s. 182-192.
- SIMONS Peter M. (1982), *On Understanding Leśniewski*, „History and Philosophy of Logic” 3(2), s. 165-191.
- SIMONS Peter M. (1985), *A Semantics for Ontology*, „Dialectica” 39, s. 193-216.
- STRZEDNICKI Jan T.J., RICKEY V.F., CZELAKOWSKI Janusz (eds) (1984), *Leśniewski's Systems: Ontology and Mereology*, Wrocław, Ossolineum.
- TAKANO Mitio (1991), *Syntactical Proof of Translation and Separation Theorems on Subsystems of Elementary Ontology*, „Mathematical Logic Quarterly” 37, s. 129-138.
- WARAGAI Toshiharu (2003), *On the Logical Content of the Weak Law of Extensionality and Its Relation to the Successive Simplification of the Original Axiom of Leśniewski's Ontology*, „Technical Report” 2003-2.
- WARAGAI Toshiharu, OYAMADA Keiichi (2007), *A System of Ontology Based on Identity and Partial Ordering as an Adequate Logical Apparatus for Describing Taxonomical Structures of Concepts*, „Annals of the Japan Association for Philosophy of Science” 15(2), s. 123-149.

ABOUT THE PUTTING NAMES TO OBJECTS,
I.E. HOW TADEUSZ KOTARBIŃSKI TEACHES UNDERSTAND
STANISŁAW LEŚNIEWSKI'S ONTOLOGY

S u m m a r y

This article presents an attempt to fund Ontology of Stanisław Leśniewski on a simple theory with one primitive relation “being denoted by”. Developed theory shows that to the linguistic model of the Ontology can belong only such general names that in their extensions have at least two objects (references) denoted by individual names.

Summarised by Robert Trypuz

Słowa kluczowe: Ontologia Leśniewskiego, denotacja, nazwa.

Key words: Leśniewski's Ontology, denotation, name.

Information about Author: ROBERT TRYPUZ, Ph.D.—Department of Logic, Faculty of Philosophy, John Paul II Catholic University of Lublin; address for correspondence: Al. Racławickie 14, PL 20-950 Lublin; e-mail: trypuz@kul.pl