

EUGENIUSZ WOJCIECHOWSKI

SYLOGISTYKA Z TERMINAMI NEGATYWNYMI W SEMANTYCZNIE PRZEJRZYSTYM SFORMUŁOWANIU*

W artykule nawiązuje się do klasycznych prac polskich autorów (Łukasiewicz, Sleszyński, Zawirski), uwzględniając ideę dowodu przez *ecthesis*, sformułowanej oryginalnie przez Borkowskiego, z wykorzystaniem notacji listowej, by pokazać, że pięć diagramów Eulera, które są punktem wyjścia analizy Sleszyńskiego, ujmuje adekwatnie system sylogistyki z terminami negatywnymi (aksjomatyka Wedberga-Iwanusia).

1. SYNTAKTYCZNE UJĘCIE SYLOGISTYKI

Z bardzo bogatej literatury dotyczącej syntaktycznego ujęcia sylogistyki (dokładniej: sylogiki asertorycznej) wybieramy dwa: pierwsze oryginalne ujęcie aksjomatyczne Łukasiewicza i drugie – ujęcie założeniowe Borkowskiego.

Ujęcie aksjomatyczne. Jan Łukasiewicz zaproponował następującą aksjomatykę dla sylogistyki¹:

- A1 SaS
- A2 $S\bar{t}S$
- A3 $SaM \wedge MaP \rightarrow SaP$ (*Barbara*)
- A4 $MaP \wedge M\bar{t}S \rightarrow S\bar{t}P$ (*Datisi*)

Dr hab. EUGENIUSZ WOJCIECHOWSKI, prof. UR – Zakład Filozofii Przyrody, Uniwersytet Rolniczy im. Hugona Kołłątaja w Krakowie; adres do korespondencji: al. 29-Listopada 46, 31-425 Kraków; e-mail: rlwojcie@cyf-kr.edu.pl

* Dziękuję anonimowym recenzentom, których uwagi pozwoliły mi na udoskonalenie tej pracy.

¹ Zob. J. Łukasiewicz, *Elementy logiki matematycznej*, (skrypt autoryzowany), Warszawa 1929, s. 172.

Pozostałe funktory sylogistyczne (e,o) są zdefiniowane w standardowy sposób: $e = \bar{i}$ i $o = \bar{a}$ ².

System ten posiada reguły podstawiania (za zmienne nazwowe) i reguły zastępowania definicyjnego. Jest on nadbudowany nad klasycznym rachunkiem zdań.

Ujęcie założeniowe. Ludwik Borkowski w swojej recenzji monografii Łukasiewicza o logice Arystotelesa³ zauważył, że bardziej naturalne byłoby ujęcie tego systemu w sposób założeniowy⁴.

Proponuje przyjęcie reguł *opuszczania* i *wprowadzania* dla funktorów a oraz ι ⁵:

Oa $SaP / x \in S \rightarrow x \in P$

Ia $x \in S \rightarrow x \in P / SaP$ gdzie x nie jest zmienną wolną w założeniach dowodu

O ι $StP / a \in S \wedge a \in P$ gdzie stała a pojawia się po raz pierwszy w dowodzie

I ι $x \in S \wedge x \in P / StP$

Borkowski zauważa, że reguła opuszczania funktora ι jest bardzo naturalna i – co należy podkreślić – wyraża ideę dowodu przez *ecthesis*, obecnej w argumentacji Arystotelesa⁶.

Zauważa również, że aksjomat A2 można by zastąpić regułą R:

R $\alpha(S) / a \in S$ gdzie stała a pojawia się po raz pierwszy w dowodzie⁷

Formuła α jest dowolną sensowną formułą sylogistyczną, w której występuje zmienna S .

Reguła ta pozwala, by dla dowolnej zmiennej nazwowej typu S , występującej we wcześniejszym wierszu w dowodzie, można było przyjąć, że coś jest S . Jest ona, podobnie jak aksjomat A2, gwarantem niepustości dla terminów sylogistycznych.

2. SEMANTYCZNE UJĘCIE SYLOGISTYKI

Związki semantyczne między dwoma nazwami ogólnymi S i P , ważne z sylogistycznego punktu widzenia, są najczęściej oddawane za pomocą pięciu diagramów Eulera:

² Wyrażenia typu StP i SaP są odpowiednio skrótowym zapisem formuł: $\sim StP$ oraz $\sim SaP$.

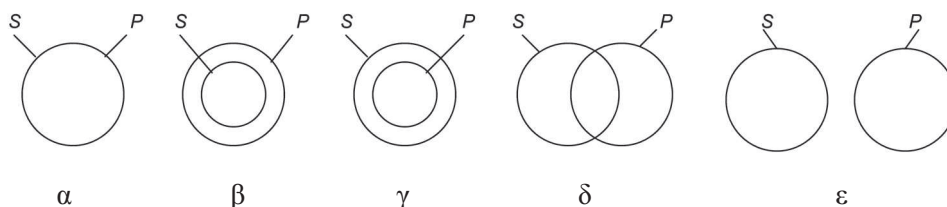
³ J. Łukasiewicz, *Aristotle's Syllogistic from the Standpoint of Modern Formal Logic*, Oxford: Clarendon Press 1951.

⁴ L. Borkowski, *Pierwsza nowoczesna monografia o sylogistyce Arystotelesa*, „Studia Logica” 5 (1957), s. 13-26, s. 19 nn.

⁵ Tamże, s. 21 n. Funktor inkluzji jednostkowej (ϵ) występuje tu w roli funktora pomocniczego.

⁶ Tamże, s. 21.

⁷ Por. tamże, s. 22.



Ujęcie Sleszyńskiego. Jan Sleszyński w pracy *O logice tradycyjnej* pisze, że można te diagramy opisać przez „4-krotne użycie dyzjunkcji”⁸, z uwagi na:

- 1 istnienie wspólnych elementów (SiP) ,
- 2 istnienie elementów wyróżniających $(SunP \vee nSiP)$ ⁹,
- 3 istnienie elementów wyróżniających S $(SunP)$,
- 4 istnienie elementów wyróżniających P $(nSiP)$.

Biorąc to pod uwagę, możemy zgodnie z tym podejściem tak scharakteryzować powyższe diagramy:

- (α) asercja 1, negacja 3 i negacja 4 $(SiP \wedge S\bar{n}P \wedge nSiP)$ ¹⁰;
- (β) asercja 1, negacja 3 i asercja 4 $(SiP \wedge S\bar{n}P \wedge nSiP)$;
- (γ) asercja 1, asercja 3 i negacja 4 $(SiP \wedge SunP \wedge nSiP)$;
- (δ) asercja 1, asercja 3 i asercja 4 $(SiP \wedge SunP \wedge nSiP)$;
- (ϵ) negacja 1, asercja 3 i asercja 4 $(S\bar{i}P \wedge SunP \wedge nSiP)$.

Ujęcie Zawirskiego. Zygmunt Zawirski tak charakteryzuje słownie te diagramy¹¹:

- (α) *każde S jest P i każde P jest S* $(SaP \wedge PaS)$
- (β) *każde S jest P, ale nie każde P jest S* $(SaP \wedge P\bar{a}S)$
- (γ) *każde P jest S, ale nie każde S jest P* $(PaS \wedge S\bar{a}P)$
- (δ) *pewne S jest P, lecz nie każde i pewne P jest S, lecz nie każde*
 $(SiP \wedge S\bar{a}P \wedge PiS \wedge P\bar{a}S)$ ¹²
- (ϵ) *żadne S nie jest P* $(S\bar{i}P)$

Formuły typu *pewne S jest P, lecz nie każde*, jak widać w symbolicznym zapisie tej charakterystyki, oddajemy tu przez $SiP \wedge S\bar{a}P$.

⁸ Por. J. Sleszyński, *O logice tradycyjnej*, Kraków: Towarzystwo Filozoficzne 1921, s. 5 nn.

⁹ Symbol n oznacza tu negację nazwową.

¹⁰ Charakterystyka diagramu α da się ująć krócej tak: asercja 1 i negacja 2.

¹¹ Por. Z. Zawirski, *Logika teoretyczna*, Kraków 1938, s. 113.

¹² Zawirski zamiast frazy *pewne S jest P, lecz nie każde* używa określenia *niektóre tylko S jest P*.

3. SYLOGISTYKA W SEMANTYCZNIE PRZEJRZYSTYM SFORMUŁOWANIU

Zaproponujemy tu pewne ujęcie sylogistyki z terminami negatywnymi (SN), nawiązujące do charakterystyki diagramów Eulera w ujęciu Sleszyńskiego, preferując założeniowe podejście Borkowskiego¹³.

Słownik. Na słownik systemu SN składają się:

- (1) zmienne nazwowe – S, P, Q (z indeksami lub bez), reprezentujące nazwy ogólne¹⁴ (g);
- (2) zmienne nazwowe – x, y, z (z indeksami lub bez), reprezentujące nazwy jednostkowe (i);
- (3) stałe indywiduowe – a, b, c (z indeksami lub bez), reprezentujące nazwy jednostkowe¹⁵ (i);
- (4) funktor specyficzny – ι – o kategorii – s/gg ($g \subset n$)¹⁶;
- (5) funktory pomocnicze:
 - ε – o kategorii – s/in ($i \subset n$)¹⁷,
 - n – o kategorii – g/n ($g \subset n$);
- (6) funktory logiczne:
 - $\sim$ – o kategorii – s/s ,
 - $\wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$ – o kategorii – s/ss oraz
- (7) nawiasy: $(,)$.

Pojęcie formuły systemu można zdefiniować indukcyjnie, w sposób standardowy. Wyrażenia elementarne SiP , $x\in S$ ($a\in S$) oraz $x\in nS$ są czytane odpowiednio: „*pewne S jest P*”, „*x jest S*” („*a jest S*”) oraz „*x jest nie S*”.

System. Do reguł pierwotnych systemu należą reguła podstawiania (RS) za zmienne nazwowe (z zachowaniem kategorii nazw):

$$RS \quad \Phi / \Phi[S/\sigma] \qquad \Phi / \Phi[x/\tau]$$

gdzie σ jest terminem ogólnym, a τ jest terminem jednostkowym (zmienną lub stałą).

¹³ Praca ta była referowana podczas IV Konferencji „Logika w Teologii” (KUL, Lublin, 20.11.2012) oraz na Seminarium Ewy Żarneckiej-Biały (UJ, Kraków, 23.11.2012).

¹⁴ Dokładniej: nazwy ogólne nieuniwersalne.

¹⁵ Stałe te pełnią tu funkcję pomocniczą. Nie występują w tezach systemu.

¹⁶ Kategoria nazw ogólnych (g) jest podkategorią kategorii nazw (n), co sygnalizujemy skróto-wo przez $g \subset n$. Również kategoria nazw jednostkowych (i) jest podkategorią kategorii nazw ($i \subset n$).

¹⁷ Symbol ten występuje również – z uwagi na tradycję – jako nazwa piątego diagramu Eulera, a przy okazji oznacza jeden z tzw. *bazowych funktorów sylogistycznych* (o kategorii s/gg), reprezentowany przez ten diagram.

oraz reguły (schematy reguł) charakteryzujące funktory ι oraz n :

O ι	$S\iota P / a\epsilon S \wedge a\epsilon P$	gdzie a pojawia się po raz pierwszy w dowodzie
I ι	$x\epsilon S \wedge x\epsilon P / S\iota P$	
O n	$x\epsilon nS / x\epsilon x \wedge \sim x\epsilon S$	
I n	$x\epsilon S \wedge \sim x\epsilon P / x\epsilon nP$	
R ι	$x\epsilon S \rightarrow x\epsilon P / S\iota P \wedge \sim S\iota nP$	gdzie x nie jest zmienną wolną w założeniach dowodu

Reguły O ι , I ι , O n i I n można traktować jako szczególne przypadki stosownych reguł wtórnych ontologii Leśniewskiego¹⁸.

Pozostałe funktory sylogistyczne wprowadzimy definicyjnie¹⁹:

Da	$SaP \leftrightarrow S\iota P \wedge S\iota nP$
De	$SeP \leftrightarrow S\bar{\iota}P$
Do	$SoP \leftrightarrow S\bar{a}P$

Regułami wtórnymi są tu²⁰:

Oa	$SaP / x\epsilon S \rightarrow x\epsilon P$	
	<i>Dem.</i>	
(1)	SaP	[z]
(2)	$x\epsilon S$	[z]
(3)	$\sim x\epsilon P$	[zdn]
(4)	$x\epsilon nP$	[2,3×I n]
(5)	$S\iota nP$	[2,4×I ι]
(6)	$S\bar{\iota}nP$	[1, Da]
	sprz.	[5,6]
Ia	$x\epsilon S \rightarrow x\epsilon P / SaP$	[R ι , Da]
Oe	$SeP / x\epsilon S \rightarrow \sim x\epsilon P$	
	<i>Dem.</i>	
(1)	SeP	[z]
(2)	$x\epsilon S$	[z]
(3)	$x\epsilon P$	[zdn]
(4)	$S\iota P$	[2,3×I ι]

¹⁸ Jeden z recenzentów zwrócił mi uwagę na to, że dla celów tej pracy wystarczyłoby przyjąć odpowiednio: $x\epsilon nS / \sim x\epsilon S$ oraz $\sim x\epsilon S / x\epsilon nS$.

¹⁹ Posłużymy się tu również konwencją skrótego zapisu negacji formuł elementarnych.

²⁰ Pojawiające się w dowodach wyrażenia „z”, „zd”, „zdn” i „sprz.” są odpowiednio skrótami wyrażen: „założenie”, „założenie dodatkowe”, „założenie dowodu niewprost” i „sprzeczność”.

(5)	$S\bar{I}P$	[1,De]
	sprz.	[4,5]
Ie	$x\epsilon S \rightarrow \sim x\epsilon P / S\epsilon P$	
	<i>Dem.</i>	
(1)	$x\epsilon S \rightarrow \sim x\epsilon P$	[z]
(2)	$\sim S\epsilon P$	[zdn]
(3)	$S\bar{I}P$	[2,De]
(4)	$x\epsilon S \rightarrow x\epsilon S \wedge \sim x\epsilon P$	[1]
(5)	$x\epsilon S \wedge \sim x\epsilon P \rightarrow x\epsilon nP$	[In]
(6)	$x\epsilon S \rightarrow x\epsilon nP$	[4,5]
(7)	$S\alpha nP$	[6×Ia]
(8)	$a\epsilon S \wedge a\epsilon P$	[3×O _i]
(9)	$a\epsilon S \rightarrow a\epsilon nP$	[7×Oa]
(10)	$a\epsilon nP$	[8,9]
(11)	$\sim a\epsilon P$	[10×On]
(12)	$a\epsilon P$	[8]
	sprz.	[11,12]
D tez tego systemu należą:		
T1	$S\bar{I}S$	[R _i]
T2	$S\bar{I}nS$	[R _i]
T3	$S\alpha nnS$	
	<i>Dem.</i>	
(1a)	$x\epsilon S$	[zd1]
(1b)	$x\epsilon nS \rightarrow \sim x\epsilon S$	[On]
(1c)	$\sim x\epsilon nS$	[1a,1b]
(1d)	$x\epsilon nnS$	[1a,1c×In]
(1)	$x\epsilon S \rightarrow x\epsilon nnS$	[1a → 1d]
(2)	$S\alpha nnS$	[1×Ia]
T4	$S\bar{\alpha} nS$	
	<i>Dem.</i>	
(1)	$S\alpha nS$	[zdn]
(2)	$S\bar{I}nS$	[1,Da]
	sprz.	[2,T2]
T5	$nSanP \rightarrow PaS$	
	<i>Dem.</i>	
(1)	$nSanP$	[z]

(2a) $x\epsilon P$	[zd1]
(2b) $x\epsilon S \vee \sim x\epsilon S$	[KRZ]
(2ca) $\sim x\epsilon S$	[zd2]
(2cb) $x\epsilon nS$	[2a,2ca $\times$ In]
(2cc) $x\epsilon nS \rightarrow x\epsilon nP$	[1 $\times$ Oa]
(2cd) $x\epsilon nP$	[2cb,2cc $\times$ MP]
(2ce) $\sim x\epsilon P$	[2cd $\times$ On]
sprz.	[2a,2ce]
(2c) $x\epsilon S$	[2b,2ca $\rightarrow$ sprz.]
(2) $x\epsilon P \rightarrow x\epsilon S$	[2a $\rightarrow$ 2c]
(3) PaS	[2 $\times$ Ia]

T6 $SaM \wedge MaP \rightarrow SaP$

Dem.

(1) SaM	[z]
(2) MaP	[z]
(3) $x\epsilon S \rightarrow x\epsilon M$	[1 $\times$ Oa]
(4) $x\epsilon M \rightarrow x\epsilon P$	[2 $\times$ Oa]
(5) $x\epsilon S \rightarrow x\epsilon P$	[3,4]
(6) SaP	[5 $\times$ Ia]

Tezy T3-T6 występują jako aksjomaty w systemie sylogistyki z terminami negatywnymi w ujęciu Wedberga-Iwanusia²¹.

T7 $S\bar{u}P \rightarrow S\bar{u}nP \wedge nS\bar{u}P$

Dem.

(1) $S\bar{u}P$	[z]
(2) $a\epsilon S$	[T1 $\times$ O _i]
(3) $a\epsilon S \rightarrow \sim a\epsilon P$	[1,De,Oe]
(4) $\sim a\epsilon P$	[2,3 $\times$ MP]
(5) $a\epsilon nP$	[2,4 $\times$ In]
(6) $S\bar{u}nP$	[2,5 $\times$ I _t]
(7) $b\epsilon P$	[T1 $\times$ O _i]
(8) $b\epsilon S \rightarrow \sim b\epsilon P$	[1,De,Oe]
(9) $\sim b\epsilon S$	[7,8]
(10) $b\epsilon nS$	[7,9 $\times$ In]
(11) $nS\bar{u}P$	[7,10 $\times$ I _t]
(12) $S\bar{u}nP \wedge nS\bar{u}P$	[6,11]

²¹ Zob. B. I w a n u ś, *Proof of Decidability of the Traditional Calculus of Names*, „Studia Logica” 32 (1973), s. 131-145, zwł. s. 133.

T8 $S\bar{u}P \vee nS\bar{u}P$

Dem.

(1) $\sim(S\bar{u}P \vee nS\bar{u}P)$

[zdn]

(2) $S\bar{u}P$

[1]

(3) $nS\bar{u}P$

[1]

(4) $nS\bar{u}P$

[2, T7]

sprz.

[3, 4]

T9 $S\bar{u}P \rightarrow P\bar{u}S$

[O_i, I_i]

T10 $nS\bar{u}P \rightarrow S\bar{u}P$

[T7]

Pokażemy, że powyższe diagramy istotnie charakteryzują funktory sylogistyczne. Sytuacje semantyczne przez nie przedstawione możemy opisać za pomocą naszych funktorów pierwotnych. Ilustruje to poniższa tabela:

Nazwa	Diagram	Charakterystyka algebraiczna	Charakterystyka sylogistyczna
α		$S \cap P \neq 0$ $S \cap nP = 0$ $nS \cap P = 0$	$S\bar{u}P$ $S\bar{u}nP$ $nS\bar{u}P$
β		$S \cap P \neq 0$ $S \cap nP = 0$ $nS \cap P \neq 0$	$S\bar{u}P$ $S\bar{u}nP$ $nS\bar{u}P$
γ		$S \cap P \neq 0$ $S \cap nP \neq 0$ $nS \cap P = 0$	$S\bar{u}P$ $S\bar{u}nP$ $nS\bar{u}P$
δ		$S \cap P \neq 0$ $S \cap nP \neq 0$ $nS \cap P \neq 0$	$S\bar{u}P$ $S\bar{u}nP$ $nS\bar{u}P$
ϵ		$S \cap P = 0$ $S \cap nP \neq 0$ $nS \cap P \neq 0$	$S\bar{u}P$ $S\bar{u}nP$ $nS\bar{u}P$

Do tego systemu należą również tezy wskazujące na to, że sposób czytania tych diagramów przez Zawirskiego jest również adekwatny:

T11a $\bar{S}\bar{I}nP \wedge n\bar{S}\bar{I}P \rightarrow SaP \wedge PaS$

Dem.

- | | | |
|-----|-------------------------------------|----------|
| (1) | $\bar{S}\bar{I}nP$ | [z] |
| (2) | $n\bar{S}\bar{I}P$ | [z] |
| (3) | $S\bar{I}P$ | [2,T10] |
| (4) | SaP | [1,3,Da] |
| (5) | $P\bar{I}nS \rightarrow nS\bar{I}P$ | [T9] |
| (6) | $P\bar{I}nS$ | [2,5] |
| (7) | $P\bar{I}S$ | [3,T9] |
| (8) | PaS | [6,7,Da] |
| (9) | $SaP \wedge PaS$ | [4,8] |

T11b $SaP \wedge PaS \rightarrow \bar{S}\bar{I}nP \wedge n\bar{S}\bar{I}P$

Dem.

- | | | |
|-----|--|--------|
| (1) | SaP | [z] |
| (2) | PaS | [z] |
| (3) | $\bar{S}\bar{I}nP$ | [1,Da] |
| (4) | $P\bar{I}nS$ | [2,Da] |
| (5) | $n\bar{S}\bar{I}P$ | [4,T9] |
| (6) | $\bar{S}\bar{I}nP \wedge n\bar{S}\bar{I}P$ | [3,5] |

T11 $\bar{S}\bar{I}nP \wedge n\bar{S}\bar{I}P \leftrightarrow SaP \wedge PaS$ [T11a,T11b]

T12a $S\bar{I}P \wedge \bar{S}\bar{I}nP \wedge nS\bar{I}P \rightarrow SaP \wedge P\bar{a}S$

Dem.

- | | | |
|------|------------------------|----------------------------|
| (1) | $S\bar{I}P$ | [z] |
| (2) | $\bar{S}\bar{I}nP$ | [z] |
| (3) | $nS\bar{I}P$ | [z] |
| (4) | SaP | [1,2,Da] |
| (5) | $PaS \vee P\bar{a}S$ | [KRZ] |
| (6a) | PaS | [zd1] |
| (6b) | $P\bar{I}nS$ | [6a,Da] |
| (6c) | $P\bar{I}nS$ | [3,T9] |
| | sprz. | [6b,6c] |
| (6) | $P\bar{a}S$ | [5,6a $\rightarrow$ sprz.] |
| (7) | $SaP \wedge P\bar{a}S$ | [4,6] |

T12b $SaP \wedge P\bar{a}S \rightarrow SiP \wedge S\bar{in}P \wedge nSiP$
Dem.

- | | | |
|-----|-------------------------------------|--------|
| (1) | SaP | [z] |
| (2) | $P\bar{a}S$ | [z] |
| (3) | $SiP \wedge S\bar{in}P$ | [1,Da] |
| (4) | $P\bar{u}S \vee PinS$ | [2,Da] |
| (5) | PuS | [3,T9] |
| (6) | $PinS$ | [4,5] |
| (7) | $nSiP$ | [6,T9] |
| (8) | $SiP \wedge S\bar{in}P \wedge nSiP$ | [3,7] |

T12 $SiP \wedge S\bar{in}P \wedge nSiP \leftrightarrow SaP \wedge P\bar{a}S$ [T12a,T12b]

T13a $SiP \wedge S\bar{in}P \wedge nSiP \rightarrow PaS \wedge S\bar{a}P$
Dem.

- | | | |
|------|------------------------|----------------------------|
| (1) | SiP | [z] |
| (2) | $S\bar{in}P$ | [z] |
| (3) | $nSiP$ | [z] |
| (4) | PuS | [1,T9] |
| (5) | $P\bar{u}S$ | [3,T9] |
| (6) | PaS | [4,5,Da] |
| (7) | $SaP \vee S\bar{a}P$ | [KRZ] |
| (8a) | SaP | [zd1] |
| (8b) | $S\bar{in}P$ | [8a,Da] |
| | sprz. | [2,8b] |
| (8) | $S\bar{a}P$ | [7,8a $\rightarrow$ sprz.] |
| (9) | $PaS \wedge S\bar{a}P$ | [6,8] |

T13b $PaS \wedge S\bar{a}P \rightarrow SiP \wedge S\bar{in}P \wedge nSiP$
Dem.

- | | | |
|-----|-------------------------------------|---------|
| (1) | PaS | [z] |
| (2) | $S\bar{a}P$ | [z] |
| (3) | PuS | [1,Da] |
| (4) | $P\bar{u}S$ | [1,Da] |
| (5) | SiP | [3,T9] |
| (6) | $nSiP$ | [4,T9] |
| (7) | $S\bar{u}P \vee S\bar{in}P$ | [2,Da] |
| (8) | $S\bar{in}P$ | [5,7] |
| (9) | $SiP \wedge S\bar{in}P \wedge nSiP$ | [5,6,8] |

$$T13 \quad SiP \wedge SunP \wedge nSiP \leftrightarrow PaS \wedge S\bar{a}P \quad [T13a, T13b]$$

$$T14a \quad SiP \wedge SunP \wedge nSiP \rightarrow S\bar{a}P \wedge PiS \wedge P\bar{a}S$$

Dem.

- | | |
|---|-----------|
| (1) SiP | [z] |
| (2) $SunP$ | [z] |
| (3) $nSiP$ | [z] |
| (4) $S\bar{a}P$ | [2, Da] |
| (5) PiS | [1, T9] |
| (6) $PunS$ | [3, T9] |
| (7) $P\bar{a}S$ | [6, Da] |
| (8) $S\bar{a}P \wedge PiS \wedge P\bar{a}S$ | [4, 5, 7] |

$$T14b \quad SiP \wedge S\bar{a}P \wedge PiS \wedge P\bar{a}S \rightarrow SunP \wedge nSiP$$

Dem.

- | | |
|------------------------|------------|
| (1) SiP | [z] |
| (2) $S\bar{a}P$ | [z] |
| (3) PiS | [z] |
| (4) $P\bar{a}S$ | [z] |
| (5) $SunP$ | [1, 2, Da] |
| (6) $PunS$ | [3, 4, Da] |
| (7) $nSiP$ | [6, T9] |
| (8) $SunP \wedge nSiP$ | [5, 7] |

$$T14 \quad SiP \wedge SunP \wedge nSiP \leftrightarrow SiP \wedge S\bar{a}P \wedge PiS \wedge P\bar{a}S \quad [T14a, T14b]$$

$$T15 \quad SiP \wedge SunP \wedge nSiP \leftrightarrow SiP \quad [T7]$$

Zgodnie z T11, T12, T13, T14 i T15 charakterystyki (i sposoby czytania) funk-
torów (diagramów) α , β , γ , δ i ε przez Sleszyńskiego i Zawirskiego są równo-
ważne.

Charakterystyka semantyczna. Semantyczna charakterystyka funktorów sylo-
gistycznych jest następująca:

$$Da \quad SaP \leftrightarrow S[\alpha, \beta]P$$

$$Di \quad SiP \leftrightarrow S[\alpha, \beta, \gamma, \delta]P$$

$$De \quad SeP \leftrightarrow S[\varepsilon]P$$

$$Do \quad SoP \leftrightarrow S[\gamma, \delta, \varepsilon]P$$

Posłużyliśmy się tu zapisem listowym²², gdzie formuły typu $S[q_1, q_2, \dots, q_n]P$ znaczą odpowiednio tyle, co $Sq_1P \vee Sq_2P \vee \dots \vee Sq_nP$. Symbole $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ i ε , użyte w charakterystyce tych funktorów, traktujemy tu nie tylko jako nazwy powyższych diagramów, ale również jako nazwy pewnych – *bazowych funktorów sylogistycznych*.

W zapisie elementarnych formuł sylogistycznych posługiwaliśmy się konwencją zapisu negowanej formuły typu $S\bar{Q}P$ – będącej skrótem formuły $\sim(SQP)$ – wziętej z klasycznej teorii relacji. Analogicznie jak tam, posługiwać się będziemy również symbolami *iloczynu* ($\times$) i *sumy* funktorów ($+$) pisząc $SQ \times \zeta P$ i $SQ + \zeta P$ zamiast odpowiednio: $SQP \wedge S\zeta P$ oraz $SQP \vee S\zeta P$.

W pewnych kontekstach będziemy pisać $SnQP$ zamiast $nSQP$ ²³. Uwzględniając charakterystyki bazowych funktorów sylogistycznych ($\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon$), podane wcześniej w tabeli, pokażemy, że jest tak istotnie²⁴:

$$\begin{aligned}
 &S[\alpha, \beta]P \\
 &\leftrightarrow S[\iota \times \bar{\iota} n \times \bar{n} \iota, \iota \times \bar{\iota} n \times \bar{n} \iota]P \\
 &\quad S\iota P \wedge S\bar{\iota} n P \wedge S[\bar{n} \iota, \bar{n} \iota]P \\
 &\quad S\iota P \wedge S\bar{\iota} n P \\
 &\quad SaP \\
 \\
 &S[\alpha, \beta, \gamma, \delta]P \\
 &\leftrightarrow S[\iota \times \bar{\iota} n \times \bar{n} \iota, \iota \times \bar{\iota} n \times \bar{n} \iota, \iota \times \bar{\iota} n \times \bar{n} \iota, \iota \times \bar{\iota} n \times \bar{n} \iota]P \\
 &\quad S\iota P \wedge S[\bar{\iota} n \times \bar{n} \iota, \bar{\iota} n \times \bar{n} \iota, \bar{\iota} n \times \bar{n} \iota, \bar{\iota} n \times \bar{n} \iota]P \\
 &\quad S\iota P \wedge S[\bar{\iota} n \times (\bar{n} \iota + \bar{n} \iota), \bar{\iota} n \times (\bar{n} \iota + \bar{n} \iota)]P \\
 &\quad S\iota P \wedge S[\bar{\iota} n, \bar{\iota} n]P \\
 &\quad S\iota P
 \end{aligned}$$

²² Tego typu zapis listowy, w podobnym kontekście, był użyty w: E. Wojciechowski, *Modalny rachunek nazw*, „Roczniki Filozoficzne” 58 (2010), nr 2, s. 248 nn. Intuicje związane z pojęciem *listy* przedstawione są w: E. Wojciechowski, *Rachunek nazw z listami*, „Roczniki Filozoficzne” 59 (2011), nr 1, s. 35-50. Podobnym zapisem w charakterystyce funktorów sylogistycznych posługuje się W. Suchoń w swojej monografii *Sylogistyka. Interpretacja zakresowa* (Seria: Dialogikon, Kraków: Wydawnictwo Uniwersytetu Jagiellońskiego 1996), pisząc np. $SaP \leftrightarrow S[\alpha\beta]P$ zamiast $SaP \leftrightarrow S[\alpha, \beta]P$. Konwencja tam stosowana ma charakter mnemotechnicznego kodu, a wyrażenie $S[\alpha\beta]P$ jest tam również rozumiane jako skrótowy zapis alternatywy: $SaP \vee S\beta P$.

²³ Ta konwencja notacyjna ma na celu uzyskanie większej przejrzystości w przyjmowanym tu zapisie listowym i jest pomocna w uchwyceniu związków logicznych między funktorami wchodzącymi w skład listy.

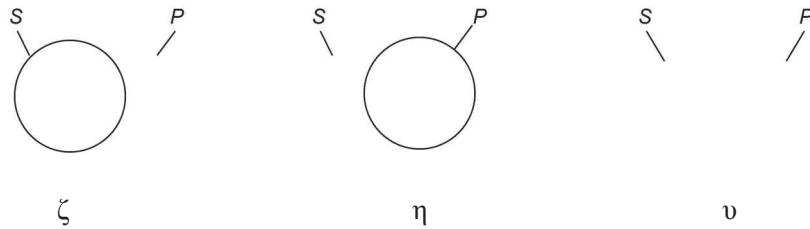
²⁴ W obrębie listy posługiwać się będziemy rachunkiem przypominającym tzw. *rozwiniecie na konstytuenty*, charakterystycznym dla algebraicznego okresu uprawiania logiki w XIX wieku. Zob. w tej sprawie: J. Sleszyński, *Teoria dowodu*, t. II, Kraków 1929, s. 119 nn. Uwagę tę zawdzięczam prof. W. Suchoniowi.

$S[\varepsilon]P$	
$\leftrightarrow S[\bar{1} \times \bar{1} n \times m]P$	
$S\bar{1}P \wedge S[\bar{1} n \times m]P$	
$S\bar{1}P$	[T7]
SeP	[De]
$S[\gamma, \delta, \varepsilon]P$	
$\leftrightarrow S[\bar{1} \times \bar{1} n \times m, \bar{1} \times \bar{1} n \times m, \bar{1} \times \bar{1} n \times m]P$	
$S[\bar{1} \times \bar{1} n \times m, \bar{1} \times \bar{1} n \times m, \bar{1} \times \bar{1} n \times m, \bar{1} \times \bar{1} n \times m]P$	[powtórzenie 2 i 3 członu]
$S[\bar{1} \times \bar{1} n \times (n\bar{1} + n), \bar{1} n \times m \times (\bar{1} + \bar{1}), \bar{1}]P$	[T7]
$S[\bar{1} \times \bar{1} n, \bar{1} n \times m, \bar{1}]P$	
$S[\bar{1} n \times (\bar{1} + m), \bar{1}]P$	
$S[\bar{1} n, \bar{1}]P$	[T8]
$S[\bar{1}, \bar{1} n]P$	
$S\bar{1}P \vee S\bar{1} nP$	
$S\bar{a}P$	[Da]
SoP	[Do]

4. NAZWY PUSTE

Aspekt semantyczny. Jan Sleszyński rozważa również rozszerzenie interpretacji zmiennych nazwowych na nazwy puste²⁵. Fakt, że nazwy S i P nie posiadają w swoich zakresach elementów wspólnych, co było obrazowane jako dotąd tylko przy pomocy diagramu ε podlega dalszemu rozszerzeniu, uwzględniającemu trzy kolejne przypadki ekskluzji z uwagi na pustość/niepustość S i P : S niepuste a P puste (ζ), S puste a P niepuste (η) oraz S puste i P puste (υ).

Te trzy nowe sytuacje semantyczne możemy oddać za pomocą dodatkowych diagramów²⁶:



²⁵ Zob. t e n ż e, *O logice tradycyjnej*, Kraków: Towarzystwo Filozoficzne 1921, s. 8 n.

²⁶ Przez nawiązanie do tzw. *tablicy ontologicznej* Czesława Lejewskiego. Zob. Cz. L e j e w - s k i, *On Leśniewski's Ontology*, „Ratio” 1 (1958), s. 150-176.

Diagramy te możemy scharakteryzować krótko tak:

(ζ) pierwsza niepusta a druga pusta	$(S\bar{u}P \wedge S\bar{u}nP \wedge nS\bar{u}P)$
(η) pierwsza pusta a druga niepusta	$(S\bar{u}P \wedge S\bar{u}nP \wedge nS\bar{u}P)$
(υ) pierwsza pusta i druga pusta	$(S\bar{u}P \wedge S\bar{u}nP \wedge nS\bar{u}P)$

Zdania ogólnotwierdzące mogą być tu ujmowane dwojako: klasycznie w tzw. *interpretacji mocnej* (a) i nieklasycznie w tzw. *interpretacji słabej* (a^{*}). Charakterystyki nowych funktorów (a^{*}, o^{*}) przedstawiają się następująco:

$$Da^* \quad Sa^*P \leftrightarrow S[\alpha, \beta, \eta, \upsilon]P$$

$$Do^* \quad So^*P \leftrightarrow S[\gamma, \delta, \epsilon, \zeta]P$$

Po takim rozszerzeniu, analiza semantyczna tych funktorów ma postać:

$$Sa^*P$$

$$\leftrightarrow S[\alpha, \beta, \eta, \upsilon]P$$

$$S[\alpha, \beta]P \vee S[\eta, \upsilon]P$$

$$S[\bar{1} \times \bar{u}n]P \vee S[\bar{1} \times \bar{u}n \times m, \bar{1} \times \bar{u}n \times n\bar{1}]P$$

$$S[\bar{1} \times \bar{u}n]P \vee S[\bar{1} \times \bar{u}n \times (m+n\bar{1})]P$$

$$S[\bar{1} \times \bar{u}n]P \vee S[\bar{1} \times \bar{u}n]P$$

$$S[\bar{u}n \times (\bar{1} + \bar{1})]P$$

$$S[\bar{u}n]P$$

$$S\bar{u}nP$$

$$So^*P$$

$$\leftrightarrow S[\gamma, \delta, \epsilon, \zeta]P$$

$$S[\gamma, \delta, \epsilon]P \vee S[\zeta]P$$

$$S[\bar{1}, \bar{u}n]P \vee S[\bar{1} \times \bar{u}n \times n\bar{1}]P$$

$$S[\bar{1}, \bar{u}n]P$$

[T7]

$$S[\bar{1} \times \bar{u}n, \bar{u}n]P$$

[T7]

$$S\bar{u}nP$$

Mimo zmiany charakterystyki funktora ‘e’ ($S[\epsilon, \zeta, \eta, \upsilon]P$), zachowany jest związek $SeP \leftrightarrow S\bar{u}P$:

$$SeP$$

$$\leftrightarrow S[\epsilon, \zeta, \eta, \upsilon]P$$

$$S\bar{u}P \vee S[\bar{1} \times \bar{u}n \times n\bar{1}, \bar{1} \times \bar{u}n \times m, \bar{1} \times \bar{u}n \times n\bar{1}]P$$

$$S\bar{u}P \vee S[\bar{1} \times (\bar{u}n \times n\bar{1} + \bar{u}n \times m + \bar{u}n \times n\bar{1})]P$$

$$S\bar{u}P \vee (S\bar{u}P \wedge S[\bar{u}n \times n\bar{1}, \bar{u}n \times m, \bar{u}n \times n\bar{1}]P)$$

$$S\bar{u}P$$

Aspekt syntaktyczny. Jak wynika z powyższej analizy, aby uwzględnić rozszerzenie interpretacji nazw na nazwy puste, wystarczy na gruncie systemu sylogistyki z terminami negatywnymi zdefiniować funktory „wrażliwe” na to rozszerzenie:

$$\text{Da}^* \quad \text{Sa}^*P \leftrightarrow \text{Sin}P$$

$$\text{Do}^* \quad \text{So}^*P \leftrightarrow \text{Sun}P$$

zgodnie z powyższą charakterystyką semantyczną tych funktorów.

Negatywny odpowiednik funktora ι jest tu zdefiniowany tak samo (De). Przyjmujemy też definicje *mocnych* odpowiedników funktorów a^* i o^* , zdefiniowanych tak jak poprzednio (Da,Do).

Na gruncie systemu uwzględniającego powyższe rozszerzenie interpretacji terminów (**SN***) przyjmujemy również reguły $O\iota$, $I\iota$, On i In w tym samym sformułowaniu. System ten różni się od **SN** brakiem reguły $R\iota$. W konsekwencji nie jest tu tezą $T1$ (StS), zapewniającej tam niepustość terminów²⁷. Substytutem reguły $R\iota$ (i jej równoważnej Ia) jest tu słabsza reguła:

$$Ia^* \quad x\epsilon S \rightarrow x\epsilon P / \text{Sa}^*P \quad \text{gdzie } x \text{ nie jest zmienną wolną w założeniach dowodu}$$

Jak widać z powyższych definicji, między funktorami a^* i o^* występuje również związek negacji jak w przypadku ich mocnych odpowiedników.

Do też specyficznych tego systemu należą:

$$T1^* \quad \text{Sa}P \rightarrow \text{Sa}^*P \quad [Da, Da^*]$$

$$T2^* \quad \text{So}^*P \rightarrow \text{So}P \quad [Do^*, Do, Da]$$

Odpowiednikiem reguły Oa jest reguła wtórna:

$$Oa^* \quad \text{Sa}^*P / x\epsilon S \rightarrow x\epsilon P$$

Dem.

$$(1) \quad \text{Sa}^*P \quad [Z]$$

$$(2) \quad x\epsilon S \quad [Z]$$

$$(3) \quad \sim x\epsilon P \quad [zdn]$$

$$(4) \quad x\epsilon nP \quad [2, 3 \times In]$$

$$(5) \quad \text{Sun}P \quad [2, 3 \times I\iota]$$

$$(6) \quad \text{Sin}P \quad [1, Da^*]$$

$$\text{sprz.} \quad [5, 6]$$

²⁷ Przestaje tu obowiązywać ograniczenie terminów do nazw ogólnych nieuniwersalnych, bo negacja nazwy pustej jest nazwą uniwersalną.

T3* $S\iota S \rightarrow S\bar{a}^*nS$

Dem.

- | | |
|--|---------------------|
| (1) $S\iota S$ | [z] |
| (2) $S\bar{a}^*nS$ | [zdn] |
| (3) $a\epsilon S$ | [1×O ₁] |
| (4) $a\epsilon S \rightarrow a\epsilon nS$ | [2×Oa*] |
| (5) $a\epsilon nS$ | [3,4×MP] |
| (6) $\sim a\epsilon S$ | [5×On] |
| sprz. | [3,6] |

T3* jest słabszą wersją tezy T3, dla mocnego odpowiednika tego funktora.

5. UWAGI KOŃCOWE

Biorąc pod uwagę istniejące rozróżnienie między *mocnym* i *słabym* znaczeniem ogólnotwierdzącego funktora sylogistycznego (a)²⁸, można wprowadzić podobną dystynkcję w odniesieniu do funktora inkluzji częściowej (ι):

- (1) $S\iota P$ – w znaczeniu mocnym – czytane tu: *pewne S jest P, lecz nie każde* oraz
- (2) $S\iota P$ – w znaczeniu słabym – czytane tu: *pewne S jest P*.

Można w obu przypadkach posługiwać się tym samym sposobem czytania (*pewne S jest P*), zaznaczając, że w przypadku (1) słowo *pewne* występuje w znaczeniu mocnym a w przypadku (2) w znaczeniu słabym.

Przyjmując mocne znaczenie słowa *pewne* i biorąc pod uwagę, mającą miejsce w historii logiki, tzw. *kwantyfikację orzeczników*, gdzie frazę *każde S jest P* i *każde P jest S* oddawano tam przez *każde S jest każdym P* – sylogistyczne funktory bazowe (α,β,γ,δ,ε) przy takim podejściu byłyby czytane²⁹:

- (α) *każde S jest każdym P*
- (β) *każde S jest pewnym P*
- (γ) *pewne S jest każdym P*

²⁸ Rozróżnienie to występuje przy interpretacji tego funktora w ontologii Leśniewskiego.

²⁹ Sposób czytania czterech pierwszych (α,β,γ,δ) brzmi sztucznie. Można te zdania traktować jako skróty mnemotechniczne zbudowane według schematu – *kwantyfikacja₁ S jest kwantyfikacja₂ P* – skracającego zdanie złożone typu: *kwantyfikacja₁ S jest P i kwantyfikacja₂ P jest S*. Uwagi na temat lepszego oddania na gruncie języka polskiego powyższych fraz hamiltonowskich można znaleźć w: S. Kamiński, *Kwantyfikacja terminów w zdaniach logiki tradycyjnej*, „Roczniki Filozoficzne” 8 (1960), z. 1, s. 5-15.

(δ) *pewne S jest pewnym P*

(ϵ) *żadne S nie jest P*

Podejście to preferował John Venn, akcentując to, że stosowne diagramy Eulera w sposób jednoznaczny frazom tym odpowiadają³⁰.

BIBLIOGRAFIA

- Borkowski Ludwik: Pierwsza nowoczesna monografia o sylogistyce Arystotelesa, „Studia Logica” 5 (1957), s. 13-26.
- Iwanuś Bogusław: Proof of Decidability of the Traditional Calculus of Names, „Studia Logica” 32 (1973), s. 131-145.
- Kamiński Stanisław: Kwantyfikacja terminów w zdaniach logiki tradycyjnej, „Roczniki Filozoficzne” 8 (1960), z. 1, s. 5-15.
- Lejewski Czesław: On Leśniewski's Ontology, „Ratio” (Oxford), 1(1958), s. 150-176. Wersja niemiecka: Zu Leśniewskis Ontologie, „Ratio” (Frankfurt a.M.) 1(1957/58), s. 50-78.
- Łukasiewicz Jan: Elementy logiki matematycznej, (skrypt autoryzowany opracowany przez M. Presburgera), Warszawa 1929 [Reprint wydany przez Wydawnictwo Naukowe UAM – Poznań 2008].
- Łukasiewicz Jan: Aristotle's Syllogistic from the Standpoint of Modern Formal Logic, Oxford : Clarendon Press 1951. Po polsku: Sylogistyka Arystotelesa, (w przekładzie Adama Chmielewskiego, z 2. wydania ang.), Warszawa: PWN 1988.
- Suchoń Wojciech: Sylogistyka. Interpretacja zakresowa, (Seria: Dialogikon), Kraków: Wydawnictwo Uniwersytetu Jagiellońskiego 1996.
- Słeszyński Jan: O logice tradycyjnej, Kraków: Towarzystwo Filozoficzne 1921.
- Słeszyński Jan: Teoria dowodu, t. II, Kraków 1929.
- Venn John: Symbolic Logic, London: Macmillan and Co. 1881.
- Wojciechowski Eugeniusz: Modalny rachunek nazw, „Roczniki Filozoficzne” 58 (2010), nr 2, s. 237-254.
- Wojciechowski Eugeniusz: Rachunek nazw z listami, „Roczniki Filozoficzne” 59(2011), nr 1, s. 35-50.
- Zawirski Zygmunt: Logika teoretyczna, maszynopis powielany, Kraków 1938. (Biblioteka Jagiellońska).

³⁰ Zob. J. V e n n, *Symbolic Logic*, London: Macmillan and Co. 1881, s. 30. Pierwsze cztery frazy należą do ośmiu fraz hamiltonowskich. Venn uważał również, że pozostałe z fraz hamiltonowskich (*każde S nie jest żadnym P , każde S nie jest pewnym P , pewne S nie jest żadnym P i pewne S nie jest pewnym P*) mają charakter redundantny wobec powyższych pięciu fraz odnoszących się do tych diagramów (tamże, s. 31).

SYLLOGISTIC WITH NEGATIVE TERMS
IN THE SEMANTICALLY TRANSPARENT FORMULATION

S u m m a r y

The paper refers to the classic works of Polish authors (Łukasiewicz, Sleszyński, Zawirski) and comprises the idea of proof by *ecthesis* (originally formulated by Borkowski) with the use of list notation to show that the five diagrams by Euler, which provide a starting point for Sleszyński's analysis, adequately formulate the system of syllogistic with negative terms (Iwanuś and Wedberg's axiomatization).

Summarised by Eugeniusz Wojciechowski

Słowa kluczowe: sylogistyka z terminami negatywnymi, dowód przez *ecthesis*, diagramy Eulera, semantycznie przejrzyste sformułowanie.

Key words: syllogistic with negative terms, proof by *ecthesis*, Euler's diagrams, semantically transparent formulation.

Information about Author: Prof. EUGENIUSZ WOJCIECHOWSKI—Division of Philosophy of Nature at the Hugo Kołłątaj Agriculture University of Cracow; address for correspondence: al. 29 Listopada 46, PL 31-425 Kraków; e-mail: rlwojcie@cyf-kr.edu.pl