

Szkolenie dla nauczycieli prowadzących zajęcia z matematyki w ramach projektu „Młody Einstein”

Materiały dla nauczycieli

Metody nauczania matematyki w klasach I – III

Jak polubić matematykę – pozwólmy dzieciom myśleć



Opracowanie
dr Barbara Wolny

Zasady ważne w rozwijaniu myślenia matematycznego

1. Najpierw sens potem symbol

Dziecko ucząc się tworzy trzy typy reprezentacji opisujących badany i poznawany świat.

Trzy poziomy komunikowania się dziecka w wieku wczesnoszkolnym z otaczającym światem

1. *enaktywnie* – za pomocą gestów i działań,
2. *ikonicznie* – używając rysunków, które odznaczają to co przedstawiają – są zrozumiałe bez żadnych dodatkowych umów i ustaleń,
3. *symbolicznie* – za pośrednictwem obrazków o umownym znaczeniu.

Ważne: Starajmy się tak organizować proces uczenia się, aby dziecko zaczynało swoje myślenie i działanie, o ile tylko odczuje taką potrzebę na poziomie enaktywnym oraz ikonicznym po to, aby mogło być aktywne intelektualnie i ze swoich działań mogło wydobywać sens tego, co jest naszym edukacyjnym celem

2. Zobaczyc strukturę na własne oczy

Konkret (przedmiot, rzecz np. kasztany, żetony) – działanie (liczenie, odsuwanie, dosuwanie) – symbol (zapis).

3. Obliczenie proste i złożenie

Rozumienie symboli i operowanie nimi to zdecydowanie najtrudniejszy element edukacji matematycznej – to symbole, czy raczej brak ich zrozumienia generują najwięcej niepowodzeń szkolnych.

Ważne: ostrożność i staranność w trakcie stopniowego budowania języka symbolicznego ucznia: **najpierw sens – potem symbol, najpierw znaczenie – potem wzbogacanie słownika o nowe pojęcie.**

4. **Stosowanie różnych strategii** – czyli nauczyć dzieci liczyć sprytnie.

Zaradność arytmetyczna – umiejętność, która powinna być zasadniczym celem edukacji matematycznej w klasach I – III.

5. Zadania tekstowe podstawą nauczania matematyki

Wdrażanie do podejmowania prób i wyciągania wniosków

Rozwijanie chęci rozwiązywania zadania – w procesie rozwijania umiejętności matematycznych uczniów ważną rzeczą jest wzmacnianie w dziecku wiary we własne siły, w siłę posiadanej wiedzy, budowanie przekonania, że jeśli spróbuję, to powinno być dobrze.

Strategia prób i poprawek – daje gwarancję podejmowania kolejnych prób i pozwala (uczy) wyciągania wniosków – wzmacnia u dziecka odwagę na podejmowanie dalszych prób – jeśli nie udało się tym sposobem – to spróbuj inaczej...

Dziecko uczy się wyciągać wnioski – co z tej próby wynika? - nie zraża się – nie trzyma schematu – poszukuje – próbuje...

Strategia prób i poprawek ma wiele zalet, przede wszystkim:

- Daje się z sukcesem zastosować do zadań różnych typów,
- Najczęściej wymaga zastosowania bardzo prostych narzędzi matematycznych,
- Doskonali sprawność rachunkową dzieci i pozwala im lepiej poznawać własności działań,
- Nawet gdy nie prowadzi do sukcesu, to pozwala lepiej zrozumieć treść rozwiązywanego zadania, co może umożliwić dziecku sięgnięcie po inną metodę
- uczy sprawdzać poprawność rozwiązania zadania.

Ważne: Do rozwiązania zadania – czasem wystarczy rysunek – dziecko powinno rysować podczas rozwiązywania zadań tekstowych – „rysowanie zadania” jest także jedną z najpotężniejszych strategii służących ich rozwiązaniu na każdym szczeblu edukacji, nie tylko w klasach I – III.

6. Geometria (elementy) – trudna czy łatwa?

Geometria może być, z punktu widzenia jej nauczania i uczenia się, dyscypliną albo bardzo trudną albo łatwą:

- Może stać się trudna, gdyż jej obiekty – zwłaszcza, gdy patrzy się na nie jako na nieskończone zbiory punktów – są abstrakcyjne i złożone.

Może stać się dla ucznia łatwa i interesująca, gdyż może być wizualna, intuicyjna i zrozumiała.

Przed wszystkim modele

Nauczanie geometrii powinno rozpoczynać się od tych obiektów, które są dostępne poznaniu dziecka i których własności może ono obcuć z modelami – samodzielnie obserwować i badać.

Matematyczne eksperymenty

Matematyka (geometria) rozwija wyobraźnię przestrzenną – ale tylko wtedy gdy dziecko działa w przestrzeni, a nie na tablicy czy kartce

Co wykorzystać w rozwijaniu wyobraźni przestrzennej dziecka?

Pileczka, pion, poziomica – ważne ale nie jedyne narzędzia ułatwiające realizację geometrycznych eksperymentów.

Przydatne:

kartka w kratkę –papier w kartkę wyznacza geometryczny rytm

lusterko - pozwala na zdobywanie intuicji dotyczących jednego z najważniejszych pojęć geometrycznych – pojęcia odbicia lustrzanego (symetrii)

patyczki - jednakowej długości – pozwalają na układanie różnorodnych figur

Geometria rozumiana jako nauka eksperymentalna i empiryczna stwarza uczniom okazje do prób i doświadczeń, do samodzielnego poszukiwania i budowania, do wyciągania wniosków, do formułowania hipotez i ich świadomego weryfikowania – czyli do myślenia.

Literatura:

M. Dąbrowski, *Pozwólmy dzieciom myśleć. O umiejętnościach matematycznych polskich trzecioklasistów*. Wyd. II zmienione, CKE, Warszawa 2008.

E. Gruszczyk – Kolczyńska, *Dziecięca matematyka*, WSiP, Warszawa 1997.

D. Kuls – Stańska, A. Kalinowska, *Rozwijanie myślenia matematycznego młodszych uczniów*, Wydawnictwa Akademickie „Żak, Warszawa 2004.

R. Fisher, *Lepszy start. Zapewnij swojemu dziecku lepszy start*, Dom Wydawniczy REBIS, Poznań 2002.

Gry i zabawy dydaktyczne w nauczaniu matematyki

Skuteczność edukacji matematycznej wzmocniona grą i zabawą

Gry planszowe i dydaktyczne: Tuba Pieksi



Tuba Gąsienica



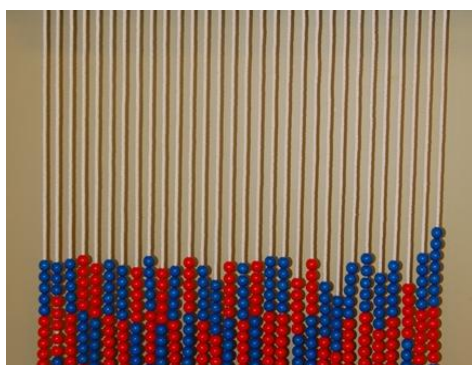
Magiczny trójkąt



Klocki GEO



Korale matematyczne



Książki Logicco



Źródło: Pomoce zostały wykorzystane w Projekcie „Pierwsze uczniowskie doświadczenie drogą do wiedzy”. www.pierwszki.eu

Bajki matematyczne

Bajka jest narzędziem, który może pomóc kształtować wiadomości i umiejętności matematyczne w sposób ciekawy i interesujący. Treści matematyczne zawarte w bajkach przyczyniają się do rozwijania: logicznego myślenia, spostrzegawczości, skupienie uwagi, zdolności opisywania za pomocą znaków i symboli matematycznych, a także dostrzegania i rozwiązywanie problemów.

Przykładowe bajki matematyczne

Klasa I

CALINECZKA

Baśń matematyczna

Cel główny: utrwalenie dodawania i odejmowania w zakresie 10.

Cele szczegółowe:

Uczeń:

- zna treść baśni,
- potrafi dodawać i odejmować w zakresie 10,
- stosuje znaki matematyczne: =, +, -,
- stosuje umiejętność logicznego myślenia.

Przebieg zajęć

1. Ułóż liczby od 1 do 10, a dowiesz się jaki tytuł nosi bajka którą przedstawię.

3	2	1	4	5	6	8	7	10	9
L	A	C	I	N	E	Z	C	A	K

Była sobie raz kobieta, która bardzo chciała mieć dziecko. Za radą wróżki zasadziła 10 ziaren jęczmienia. Tylko jedno wydało wspaniały kwiat.

2. Ile ziaren jęczmienia nie wydało kwiatów ?

$$10 - 1 = 9$$

Kwiat rozchylił płatki i wtedy ukazała się prześliczna mała dziewczynka, nazwano ją Calineczką. Spała ona w skorupce orzecha, za materac służyły jej 3 płatki fiołka, za kołderkę 4 płatki róży.

3. Ile płatków miała Calineczka?

$$3 + 4 = 7$$

Pewnej nocy nad głową dziewczynki świeciło 10 gwiazd. Rankiem najpierw zgasły 3 gwiazdy, później jeszcze 2.

4. Ile gwiazd świeciło rankiem na niebie?

$$10 - 3 - 2 = 7 - 2 = 5$$

Wtedy to stara ropucha zakradła się do jej pokoju, porwała kołyskę z orzecha i pobiegła na moczary mijając 2 biedronki, 5 koników polnych i 3 komary.

5. Ile zwierzątek mijala wiedźma?

$$2 + 5 + 3 = 7 + 3 = 10$$

Calineczka zmęczona podróżą usnęła. Po przebudzeniu była więziona na samym środku strumienia przez dwie okropne ropuchy. Trzy czerwone rybki, 4 zielone, 2 żółte, 1 pomarańczowa postanowiły jej pomóc, przegryzły łodygę na której siedziała

6. Ile rybek pomogło Calineczce?

$$3 + 4 + 2 + 1 = 7 + 3 = 10$$

Nagle nadleciało 2 motyle, przywiązały się do pasa Calineczki i ciągnęły liść razem z nią. Każdy z nich miał 4 skrzydełka.

7. Ile skrzydełek miały dwa motyle?

$$4 + 4 = 8$$

Ale oto dostrzegł Calineczkę chrabąszcz przelatujący nad strumieniem. Dziewczynka bardzo mu się spodobała. Pochwycił ją i zaniósł na drzewo. Na drzewie wisiało 10 liści. Zawiał wiatr który najpierw strącił 5 liści, później jeszcze 3 liście.

8. Ile liści zostało na drzewie?

$$10 - 5 - 3 = 5 - 3 = 2$$

Gdy zobaczyły ją inne chrabąszcze, zaczęły z niej drwić. Słyszac to chrabąszcz rozgniewał się i przepędził Calineczkę. Całe lato dziewczynka spędziła w wielkim lesie. Mieszkała pod liściem, ale gdy przyszła zima liść usechł i skurczył się. Pewnego dnia postanowiła opuścić las. Idąc, znalazła 3 orzechy laskowe i 5 orzechów włoskich.

9. Ile orzechów znalazła Calineczka?

$$3 + 5 = 8$$

Idąc brzegiem pola zobaczyła chatkę. Mieszkała w niej polna myszka, która zaprosiła dziewczynkę do siebie. Na stole w chatce leżało 10 ciastek. Calineczka była tak wygłodzona, że zjadła najpierw 5 ciasteczek, później jeszcze 2 ciastka.

10. Ile ciastek pozostało na stole?

$$10 - 5 - 2 = 5 - 2 = 3$$

Calineczka zadomowiła się u polnej myszy. Pewnego ranka do chatki przyszedł z wizytą sąsiad Pan – Kret, który zaprosił dziewczynkę do swojego podziemnego domu. Tam też poprosił ją o rękę. W dniu ślubu Calineczka po raz ostatni wyszła podziwiać zboże i słońce. Była bardzo nieszczęśliwa. Schyliła się nad makiem i poprosiła o przekazanie pozdrowień jaskółce. W tej samej chwili usłyszała znajomy głos jaskółki, która zaproponowała jej lot do ciepłych krajów. Dziewczynka wdrapała się na jej grzbiet i razem pofrunęły. W przestworzach minęły 4 szpaki, 2 wróble, 3 bociany, 1 wilgę.

Dawno temu żyli sobie szczęśliwi małżonkowie. Mieli córkę, którą bardzo kochali. Niestety pewnej jesieni matka zmarła. Szczęśliwy dom z dnia na dzień zmienił się w siedlisko smutku. W niedługim czasie ojciec dziewczynki ożenił się z wdową, która miała dwie córki. Były one bardzo bogate, często zmieniały przepiękne suknie. Starsza córka miała 25 sukienek, a młodsza o 5 sukienek więcej.

2. Ile sukienek miały siostry?

$$25 + (25 + 5) = 25 + 30 = 55$$

Macocha nienawidziła swojej przybranej córki, w niedługim czasie jej własny ojciec zaczął nazywać ją Kopciuszkiem. Najczęściej przebywała w kuchni, gdzie sprzątała i zmywała naczynia. Pewnego dnia zmyła 34 talerzy małych i o 12 mniej talerzy dużych.

3. Ile talerzy zmył Kopciuszek

$$34 - (34 - 12) = 34 - 22 = 12$$

Pewnego dnia rozeszła się po okolicy wieść, że młody książę zamierza urządzać wielki bal. Córki macochy nie odchodziły od lustra, przymierzały suknie oraz pantofelki. Starsza przymierzyła 16 par butów, młodsza zaś 18 par butów.

4. Ile par butów przymierzyły obie siostry?

$$\text{I sposób} \quad 16 + 18 = (16 + 4) + 14 = 20 + 14 = 34$$

$$\text{II sposób} \quad 16 + 18 = (10 + 10) + (6 + 8) = 20 + 14 = 34$$

Wieczorem córki macochy pojechały na bal, a Kopciuszek pozostał w domu. Macocha rozkazała dziewczynce, aby w ciągu nocy przebrała proso od maku. Kopciuszek bardzo się tym zmartwił. Nagle w izbie pojaśniało, obok stołu przy którym pracowała dziewczynka pojawiła się wróżka z czarodziejską pałeczką. Różdżka była pokryta 27 kryształkami białymi i 16 kryształkami zielonymi.

5. Ile kryształków było na różdżce?

$$\text{I sposób} \quad 27 + 16 = (27 + 3) + 13 = 30 + 13 = 43$$

$$\text{II sposób} \quad 27 + 16 = (20 + 20) + (7 + 6) = 40 + 13 = 43$$

Wróżka dotknęła pałeczką talerz na stole. W mgnieniu oka proso było oddzielone od maku, Kopciuszka zamieniła w piękną pannę, dynię w karetę zaś myszki w stangretów. Kiedy Kopciuszek pojawił się w sali balowej, wszyscy osłupieli z wrażenia. Młody książę, urzeczony niezwykłą urodą dziewczyny pobiegł do niej podając jej dłoń. Całą noc tańczyli przy muzyce. Orkiestra zagrała 16 menuetów i o 7 mniej walców.

6. Ile utworów muzycznych zagrała orkiestra?

$$16 + (16 - 7) = 16 + 9 = 24$$

Czas mijał nieubłaganie. Kopciuszek, co chwilę spoglądał na zegar, gdyż miał wrócić przed północą do domu, gdyż tylko do tego czasu miały działać czary. Była godzina 23. 45.

7. Ile minut brakowało do godziny 24.00 ?

..... minut

Kopciuszek czym prędzej wybiegł z pałacu i pojechał do domu. Macocha wraz z córkami wróciły do domu w złym nastroju. Jakież było zdumienie trzech czupiradeł, gdy zobaczyły lśniąca czystością izbę i oddzielony mak od prosa. Następnego wieczora macocha i przyrodnie siostry znów wybrały się na bal. Kopciuszek został w domu sam, miał oddzielić 57 ziaren grochu, od 49 ziaren fasoli.

8. Ile było wszystkich ziaren?

$$51 + 49 = (50 + 40) + (1 + 9) = 90 + 10 = 100$$

Na szczęście zjawiała się dobra wróżka, która dotknięciem pałeczki oddzieliła groch od fasoli, a Kopciuszka wysłała na bal. Tym razem dziewczynka zauroczona ponownym spotkaniem z księciem zupełnie zapomniała o czarach. Zegar zaczął wybijać północ. Kopciuszek wybiegł z pałacu, gubiąc czerwony pantofelek. Nazajutrz w całej okolicy rozeszła się wiadomość, że księżę poszukuje tajemniczej nieznanym, która go zgubiła. Młodzieniec zawitał do domu Kopciuszka, przyrodnie siostry przymierzały pantofelka, który miał 36 cm długości nie pasował do ich stóp, gdyż ich pantofelki miały długość 42 cm.

9. O ile centymetrów krótszy był czerwony pantofelek?

$$42 \text{ cm} - 36 \text{ cm} = 42 \text{ cm} - 30 \text{ cm} - 6 \text{ cm} = 12 \text{ cm} - 6 \text{ cm} = 6 \text{ cm}$$

Księżę stał już w drzwiach, gdy ojciec zawołał Kopciuszka. Na jej widok oczy księcia znów rozbłysły nadzieją. Kopciuszek wyciągnął nogę z brudnego sobota i założył czerwony pantofelek. Bucik pasował jak ulał. Macocha i przyrodnie siostry skamieniały z wrażenia. Młodzieniec pojął Kopciuszka za żonę i wyprawił huczne wesele. Na stole weselnym pojawił się tort w kształcie pantofelka na którym było 100 świec, po chwili państwo młodzi zdmuchnęli ogień z 54 świec.

10. Ile świec nie zgasło ?

$$100 - 54 = 100 - 50 - 4 = 50 - 4 = 46$$

Wszyscy żyli długo i szczęśliwie, oprócz macochy i przybranych sióstr, które nie mogąc pogodzić się z myślą o szczęściu Kopciuszka rozchorowały się z zazdrości i umarły.

Źródło: Bajki dostępne są na edukacyjnych portalach internetowych.

Zadania tekstowe w edukacji matematycznej

Metoda „kruszenia” – modyfikowanie, zwiększanie lub zmniejszanie liczby danych i ich wartości, zastępowanie danych innymi, rezygnacja z niektórych danych, zmiana miejsca danych, a także przekształcanie zadania, jego odwracanie, wprowadzanie nowych związków i zależności, uszczegóławianie lub uogólnianie zadania. Metodę kruszenia można stosować w różnych wersjach. Wszystkie zaczynają się od zadania bazowego.

Wersja pierwsza zakłada układanie pytań, a potem działań do zadania bazowego.

Druga wersja jest prawie dokładnie odwrotna do pierwszej. Polega ona na układaniu działań do zadania bazowego, a następnie pytań.

Trzecia wersja polega na obmyśleniu zadań szczegółowych do zadania bazowego i przedstawianie a następnie próby ich określenia.

Czwarta wersja polega na zabawie opartej o zadanie bazowe do polecenia: *Co by było gdyby...?*

Wersja piąta polega na układaniu wszelkich możliwych pytań do zadania bazowego, ale z prawem do dokładania danych (zmieniania).

Przykłady zadań bazowych:

1. Ania miała w swojej kolekcji 2 znaczki z kaktusami o nominałach 15 – złotych, a jej koleżanka, Ola 2 podobne znaczki, ale o nominałach 3 razy niższych niż Ania.

2. W sklepie było 100 piłeczek w różnych kolorach. Tata kupił dla dzieci po 5 piłeczek w 6 kolorach.
3. Na straganie było 87 różnych kwiatów. Przez pierwsze dwie godziny klienci kupili 20 kwiatów, przez następne dwie – 30, a kolejne dwie – tylko 7.
4. W pierwszej skrzynce było 20 kg jabłek. W drugiej 15 kg gruszek, a w kolejnej 5 kg śliwek. Wszystkie owoce ważyły razem 60kg.
5. Kasia miała miarkę o długości 150cm. Zmierzyła nią swoje biurko i jego długość wyniosła 145cm, zaś szerokość 73cm. Później zmierzyła jeszcze obrazek, który miał szerokość równą 36cm, a długość 52cm.
6. Na straganie było 65 bułek, 13 rogali i 8 bochenków chleba. Na innym straganie leżały 32 bułki, 28 rogali i 42 chałki.
7. W ogrodzie rosły 92 kwiaty. Do jednego wazonu zerwano 10 nasturcji i 20 nagietek. Do drugiego włożono zaś 30 stokrotek i 20 bratków.
8. Na półce w sklepiku szkolnym leżały 3 stosy zeszytów po 10 w każdym i jeden stosik 15 notesów. Ewa kupiła 2 notesy.
9. Z jednej grządki, na której rosło w 4 rzędach po 9 tulipanów ścięto 6 tulipanów, a z drugiej grządki, na której rosło w 3 rzędach po 5 róż ścięto 3 róże.
10. W sadzie liczącym 100 drzew wycięto 3 rzędy starych gruszek po 5 drzew, a posadzono w to miejsce 4 rzędy wiśni po 6 drzew.
11. Janek kupił chleb za ...zł i 4 rogatele po ...zł. Do kasy dał...zł.
12. Kasia miała ...zł. Kupiła gumę do żucia za ...zł i 4 pisaki po ...zł.

Walory metody „kruszenia”:

- doskonale rozwija myślenie logiczne uczniów,
- uczy dostrzegania związków i zależności występujących w zadaniu bazowym oraz umiejętności wykorzystywania ich do tworzenia nowych wersji zadania,
- rozwija płynność myślenia – uczeń nie poprzestaje na ułożeniu jednego pytania, układa ich całe ciągi,
- rozwija giętkość myślenia – uczeń jest zmuszony do szybkiej zmiany kierunku, przechodzi z jednego toru myślenia na inny, bowiem dostrzega coraz nowe związki w zadaniu bazowym,
- rozwija oryginalność myślenia – uczeń nie poprzestaje na układaniu pytań łatwych i prostych,
- głośna zbiorowa praca uaktywnia uczniów, którzy na zasadzie skojarzeń z pytaniami ułożonymi przez kolegów formułują kolejne,
- jest atrakcyjną dla uczniów metodą pracy z zadaniem tekstowym.

Źródło: Przykłady zadań zaczerpnięto z pozycji: E. Stucki, *Metodyka nauczania matematyki w klasach niższych*, część II, Wydawnictwo Uczelniane WSP w Bydgoszczy, 1993, s.59 – 60.

Literatura do polecenia:

- B. Wolny, E. Kagan, R. Józwick, *Szkolenie nauczycieli kształcenia zintegrowanego. Materiały dla uczestnika*, PSIM, Rzeszów 2010.
- T. Armstrong, *7 rodzajów inteligencji. Odkryj je w sobie i rozwijaj*. Akademia Rozwoju Osobistego, Warszawa 2009.
- A. Kopik, M. Zatorska, *Każde dziecko jest zdolne. Materiały metodyczne Projektu „Pierwsze uczniowskie doświadczenia drogą do wiedzy”*, Kielce 2009.
- C. Stypułkowski, R. Flis, *Wychowanie zdrowotne w edukacji matematycznej. Zbiór zadań tekstowych dla uczniów klas 1 – 3 szkoły podstawowej*, Wydawnictwo „Impuls”, Kraków 2003.